



1. Bir fabrikada üretilen ürünün hammadde alış fiyatı (x) ile gösterilmiştir. Ürünün alış fiyatı bu değerde iken elde edilen toplam kazanç (y) dir. Hammaddenin alış fiyatına bağlı olarak üründen elde edilen kazanç ($y=3x^3-20x^2+10x+100$) şeklinde değişmektedir. Buna göre hangi fiyattan hammadde satın alınırsa en yüksek kazanç elde edilir ve ne kadar olur?

2. Bir fabrikada üretilen üründen elde edilen kar (z) ile gösterilmiştir. Karlılığı etkileyen iki tane önemli parametre bulunmaktadır. Bunlar parçanın malzemesinin satın alım fiyatı (x) ve tezgahtaki üretim maliyeti (y) dir. Çok ucuz malzeme kullanılırsa yada tezgahta hızlı kalitesiz üretilirse ürünün satış oranları düşmektedir ve kar azalmaktadır. Ters olarak da kaliteli malzeme kullanılırsa yada tezgahta daha hassas üretilirse bu seferde maliyetler arttığı için yine kar düşmektedir. Bu iki parametre öyle ayarlanmalı ki kar en yüksek düzeyde olsun. Yapılan ölçümlerde malzeme fiyatına (x) ve üretim maliyetine (y) bağlı olarak elde edilen kar ($z=x^2-xy+y^2+3x$) bağıntısı ile değişmektedir. Buna göre en yüksek karı verecek malzeme fiyatı (x) ve tezgah üretim maliyeti (y) nedir?

3. Bir çiftçinin **240 dönüm** arazisi vardır. Bu çiftçi bu araziye Mısır ve Buğday ekmektedir. Bir dönüm araziden **Mısır** ekerse **400 TL**, **Buğday** ekerse **300 TL** kazanmaktadır. Ancak Mısır ekerse her dönüm için **2 saat**, Buğday ekerse **1 saat** emek harcaması gerekmektedir. Ekim için en fazla **320 saat** zamanı bulunmaktadır. Çiftçi en yüksek karı elde edebilmesi için her birinden kaçar dönüm ekmelidir? Arazinin tamamına tek bir ürün de ekilebilir.

4. a, b, c, d şeklinde 4 adet double değişkene bağlı olarak verilen ($f(x)=a^2-2b^3+3c^2-4d$) şeklindeki bir fonksiyonu maksimum yapacak a, b, c, d değerleri bulunmak isteniyor. Bu değerlerin ($a+2b+3c+4d=30$) ifadesini sağlaması gerekmektedir. Bu problemi çözecek genetik algoritmanın tasarımını yapınız. **A)** Populasyon, Seçme, Çaprazlama, Mutasyon, Durdurma gibi aşamaları nasıl oluşturursunuz, hangi yöntemleri tercih edersiniz, örnekleyerek kısaca maddeler halinde anlatınız. **B)** Algoritmanın şemasını çiziniz. **C)** Bu matematiksel ifadeler sizce gerçek hayatta nasıl bir problemi temsil edebilir? Soruyu gerçek hayattaki bir probleme uyarlayarak tekrar yazınız.

(Sorular eşit ve 25'er puandır. Süre 90 dk. Başarılar.. İ.Çayıroğlu)

GÖZÜMLER

- ① Otan maddenin alış fiyatı = X
- Elde edilen kâr, (karans) Fiyatına bağlı olarak = Y

• Karansa, hammadenin alış fiyatına bağlı olarak değeri
 $f(x) = y = 3x^3 - 20x^2 + 10x + 100$
 olarak değerlendirilir

• En yüksek karans sorulduğuna göre fonksiyonu maksimum yapan noktayı bulmalıyız.

• Fonksiyonu max/min yapan noktalar birinci türevi sıfır yapan değerlerde bulunur.
 $f'(x) = 0$ yapan x değerlerini bulalım.

$$f(x) = 3x^3 - 20x^2 + 10x + 100$$

$$f'(x) = 9x^2 - 40x + 10$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-40) \pm \sqrt{(-40)^2 - 4 \cdot (9) \cdot (10)}}{2 \cdot 9}$$

$$= \frac{+40 \pm \sqrt{1240}}{18} = \frac{+40 \pm 35,21}{18}$$

$x_1 = 0,266$ } Bu iki noktada
 $x_2 = 4,178$ } elemanlar vardır.
 Max veya min karansın olduğu bir sonraki türevle anlabilir.

• İkinci türev baktalım. Bu iki x değerinde hangisinde maksimum oluşup oluşup olmadığını görelim.

$$f''(x) = 18x - 40$$

$$x_1 = 0,266 \Rightarrow f''(0,266) = 18 \cdot 0,266 - 40 = -35,212$$

$$x_2 = 4,178 \Rightarrow f''(4,178) = 18 \cdot (4,178) - 40 = 35,204$$

Kuralımızı hatırlayalım.

• $f''(x) < 0$ ise x noktasında fonksiyon maksimuma sahiptir.

• $f''(x) > 0$ ise x noktasında fonksiyon minimuma sahiptir.

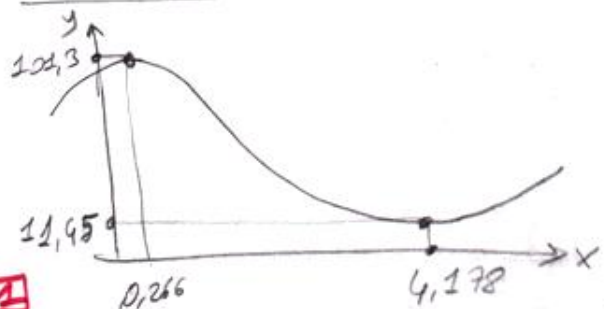
- Fonksiyonu maksimum yapan noktayı aradığımızda $x_1 = 0,266$ noktasında en büyük değere sahiptir.

- Bununla karans ne olur?

$$y = 3 \cdot (0,266)^3 - 20 \cdot (0,266)^2 + 10 \cdot 0,266 + 100 =$$

$$y = 101,3 \text{ olur. Yani hammaddeyi}$$

0,266 TL ile alırsak karans 101,3 TL olarak gerçekleşir. Grafiğe bakalım.



- 2) Fabrikada elde edilen kâr (z) hammaddelerin satın alın fiyatı (x) ve üretim maliyeti (y) bağlı olarak edip/üretimden problemimiz iki değişkenli bir max/min problemidir.

Kuralımızı hatırlarsak çok değişkenli problemlerde Hessian matrisine bakıyoruz. Özetle;

- $H_f(x_0) > 0 \Rightarrow x_0$ da fonksiyonun pozitif tanımlı bir minimuma sahiptir.



- $H_f(x_0) < 0 \Rightarrow x_0$ da fonksiyonun negatif tanımlı bir maksimuma sahiptir.

- $H_f(x_0) = 0 \Rightarrow$ tanımsızdır.

En yüksek kâr için Hessian matrisinin sıfırdan büyük olup olmamasına bakmalıyız.

- Hessian matrisinin poz/neg. tanımlı olup olmadığını anlamak için ise alt matrislerin durumuna bakmalıyız.

- Her i için $\det A_i > 0$ ise

Hessian matrisi poz. tanımlı olur ve min sahiptir.

- Her i için $(-1)^i \cdot \det A_i > 0$

ise Hessian matrisi neg. tanımlı olur ve max sahiptir.

- Diğer durumlarda tanımsızdır ve nektea bütüm nekteama sahiptir.

- Şimdi Hessian matrisini bulalım ve onun alt matrislerini çıkaralım. bu matrislerin det larını hesaplayarak H matrisinin tanımlı durumunu bulalım.

Hessian matrisi

$$H_f(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Bu H nin genel tanımıdır. birim problemimize uygularsak.

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

fonksiyonumuz

$$f = z = x^2 - xy + y^2 + 3x \text{ ise;}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -x + 2y$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -1$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = -1$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = +2$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = +2$$

Bu 4 değer [H] matrisinde yere yazılırsa

$$H(x) = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

Olur.

Max/min araştıracağız
Sabit noktayı bulalım. Bu
noktayı bulmak için fonksiyon
şu şekildeydi.

$$V(x_1, x_2, \dots, x_n) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \frac{\partial f}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) = 0$$

olması gerekir. Yani her $x_1, x_2, \dots$
değerleri için $\frac{\partial f}{\partial x_1} = 0, \frac{\partial f}{\partial x_2} = 0, \dots$
denklemleri sıfır yapan $x_1, x_2, \dots$
değerleri bulmalıyız.
Probleminize uygularsak,

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y + 3 = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = -x + 2y = 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Bu iki} \\ \text{denklemden} \\ x \text{ ve } y \\ \text{yi bulabiliriz} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases}$$

yani $(x_0, y_0) = (-2, -1)$
olur. Varsa bu noktada
max yada min vardır. Yani
birinci türevleri sıfır yapan
noktalarda max/min araştırırız.

H matrisinin alt matrislerini
bulup determinantlarını alalım.

$$[H] = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = [2] \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

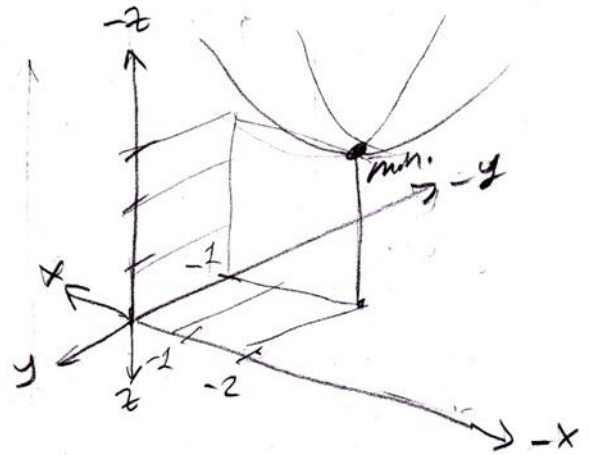
Determinant bir matrisi
tek bir değere indirgene
işlevindedir.

$$\det A_1 = 2$$

$$\det A_2 = 2 \cdot 2 - (-1)(-1) = 4 - 1 = 3 \text{ olur.}$$

Korolları hatırlayalım.
tam det pozitif ise Hessian
matrisi pozitif tanımlı
olur ve $f(x)$ (x_0, y_0) noktasında min
sahip olur. minimum olduğu
noktada $(x_0, y_0) = (-2, -1)$ noktası-
dır.

Fonksiyonun x, y, z bağlı
olarak 3 boyutlu grafik
arapçadaki şekilde olacaktır.



$$x = -2, y = -1$$

$$z = (-2)^2 - (-2) \cdot (-1) + (-1)^2 + 3(-2)$$

$$z = 4 - 2 + 1 - 6$$

$$\underline{z = -3}$$

3

Veriler

- Toplam arazi 240 dönüm
- Mısır ve Buğday ekilecek.
- Mısır ekerse dönümünden 400 TL kazanacak
- Buğday ekerse 300 TL kazanacak.
- Mısır ekerse 2 saat zaman harcar
- Buğday ekerse 1 saat zaman harcar.
- Ekim için en fazla 320 saat zaman bulunmaktadır.

İstenen

İstenen en yüksek kar için her birinden (buğday ve mısır) kaçar dönüm ekilmelidir?

Görüm

X : mısır ekilen alan (dönüm cinsinden)

Y : Buğday ekilen alan.

$$\text{Kar} = 400 \cdot X + 300 \cdot Y$$

Sınırlamalar

$X \geq 0$ Ekilen alan değeri negatif olamaz

$Y \geq 0$ Ekilen alan değeri negatif olamaz.

$$X + Y \leq 240$$

240 dönüm.

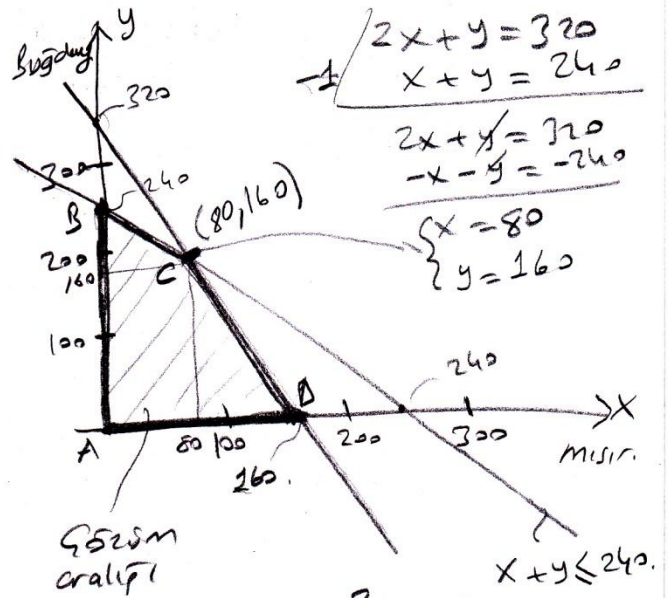
Mısır ve Buğday ekilen alan toplamı 240 dönüm geçemez.

$$2 \cdot X + 1 \cdot Y \leq 320$$

2 saat 1 saat 320 saat

Ekim için her geçen süre 320 saatten altında olmalıdır.

Kısıtları grafikte gösterelim.



Görüm aralığı içerisinde hangi noktanın en yüksek kar verdiğini bulalım.

X	Y	Kar = 400X + 300Y
A	0	0
B	240	72000 = 400 · 0 + 300 · 240
C	80	80.000 = 400 · 80 + 300 · 160
D	160	64.000 = 400 · 160 + 300 · 0

En karlı nokta C noktasıdır.

Yani 80 dönüm mısır ve 160 dönüm buğday ekilirse

80.000 TL kar elde edilebilir.

Numerical Example

Here are examples of applications that use genetic algorithms to solve the problem of combination. Suppose there is equality $a + 2b + 3c + 4d = 30$, genetic algorithm will be used to find the value of a , b , c , and d that satisfy the above equation. First we should formulate the objective function, for this problem the objective is minimizing the value of function $f(x)$ where $f(x) = ((a + 2b + 3c + 4d) - 30)$. Since there are four variables in the equation, namely a , b , c , and d , we can compose the chromosome as follow:

a	b	c	d
----------	----------	----------	----------

To speed up the computation, we can restrict that the values of variables a , b , c , and d are integers between 0 and 30.

Step 1. Initialization

For example we define the number of chromosomes in population are 6, then we generate random value of gene a , b , c , d for 6 chromosomes

Chromosome[1] = [$a;b;c;d$] = [12;05;23;08]

Chromosome[2] = [$a;b;c;d$] = [02;21;18;03]

Chromosome[3] = [$a;b;c;d$] = [10;04;13;14]

Chromosome[4] = [$a;b;c;d$] = [20;01;10;06]

Chromosome[5] = [$a;b;c;d$] = [01;04;13;19]

Chromosome[6] = [$a;b;c;d$] = [20;05;17;01]

Step 2. Evaluation

We compute the objective function value for each chromosome produced in initialization step:

F_obj[1] = Abs((12 + 2*05 + 3*23 + 4*08) - 30)
 = Abs((12 + 10 + 69 + 32) - 30)
 = Abs(123 - 30)
 = 93

F_obj[2] = Abs((02 + 2*21 + 3*18 + 4*03) - 30)
 = Abs((02 + 42 + 54 + 12) - 30)
 = Abs(110 - 30)
 = 80

F_obj[3] = Abs((10 + 2*04 + 3*13 + 4*14) - 30)
 = Abs((10 + 08 + 39 + 56) - 30)
 = Abs(113 - 30)
 = 83

F_obj[4] = Abs((20 + 2*01 + 3*10 + 4*06) - 30)
 = Abs((20 + 02 + 30 + 24) - 30)

$$= \text{Abs}(76 - 30)$$

$$= 46$$

$$\mathbf{F_obj}[5] = \text{Abs}((01 + 2*04 + 3*13 + 4*19) - 30)$$

$$= \text{Abs}((01 + 08 + 39 + 76) - 30)$$

$$= \text{Abs}(124 - 30)$$

$$= 94$$

$$\mathbf{F_obj}[6] = \text{Abs}((20 + 2*05 + 3*17 + 4*01) - 30)$$

$$= \text{Abs}((20 + 10 + 51 + 04) - 30)$$

$$= \text{Abs}(85 - 30)$$

$$= 55$$

Step 3. Selection

1. The fittest chromosomes have higher probability to be selected for the next generation. To compute fitness probability we must compute the fitness of each chromosome. To avoid divide by zero problem, the value of $\mathbf{F_obj}$ is added by 1.

$$\mathbf{Fitness}[1] = 1 / (1 + \mathbf{F_obj}[1])$$

$$= 1 / 94$$

$$= 0.0106$$

$$\mathbf{Fitness}[2] = 1 / (1 + \mathbf{F_obj}[2])$$

$$= 1 / 81$$

$$= 0.0123$$

$$\mathbf{Fitness}[3] = 1 / (1 + \mathbf{F_obj}[3])$$

$$= 1 / 84$$

$$= 0.0119$$

$$\mathbf{Fitness}[4] = 1 / (1 + \mathbf{F_obj}[4])$$

$$= 1 / 47$$

$$= 0.0213$$

$$\mathbf{Fitness}[5] = 1 / (1 + \mathbf{F_obj}[5])$$

$$= 1 / 95$$

$$= 0.0105$$

$$\mathbf{Fitness}[6] = 1 / (1 + \mathbf{F_obj}[6])$$

$$= 1 / 56$$

$$= 0.0179$$

$$\mathbf{Total} = 0.0106 + 0.0123 + 0.0119 + 0.0213 + 0.0105 + 0.0179$$

$$= 0.0845$$

The probability for each chromosomes is formulated by: $\mathbf{P}[i] = \mathbf{Fitness}[i] / \mathbf{Total}$

$$\mathbf{P}[1] = 0.0106 / 0.0845$$

$$= 0.1254$$

$$P[2] = 0.0123 / 0.0845$$

$$= 0.1456$$

$$P[3] = 0.0119 / 0.0845$$

$$= 0.1408$$

$$P[4] = 0.0213 / 0.0845$$

$$= 0.2521$$

$$P[5] = 0.0105 / 0.0845$$

$$= 0.1243$$

$$P[6] = 0.0179 / 0.0845$$

$$= 0.2118$$

From the probabilities above we can see that Chromosome 4 that has the highest fitness, this chromosome has highest probability to be selected for next generation chromosomes. For the selection process we use roulette wheel, for that we should compute the cumulative probability values:

$$C[1] = 0.1254$$

$$C[2] = 0.1254 + 0.1456$$

$$= 0.2710$$

$$C[3] = 0.1254 + 0.1456 + 0.1408$$

$$= 0.4118$$

$$C[4] = 0.1254 + 0.1456 + 0.1408 + 0.2521$$

$$= 0.6639$$

$$C[5] = 0.1254 + 0.1456 + 0.1408 + 0.2521 + 0.1243$$

$$= 0.7882$$

$$C[6] = 0.1254 + 0.1456 + 0.1408 + 0.2521 + 0.1243 + 0.2118$$

$$= 1.0$$

Having calculated the cumulative probability of selection process using roulette-wheel can be done. The process is to generate random number R in the range 0-1 as follows.

$$R[1] = 0.201$$

$$R[2] = 0.284$$

$$R[3] = 0.099$$

$$R[4] = 0.822$$

$$R[5] = 0.398$$

$$R[6] = 0.501$$

If random number R [1] is greater than P [1] and smaller than P [2] then select Chromosome [2] as a chromosome in the new population for next generation:

$$\text{NewChromosome}[1] = \text{Chromosome}[2]$$

$$\text{NewChromosome}[2] = \text{Chromosome}[3]$$

$$\text{NewChromosome}[3] = \text{Chromosome}[1]$$

$$\text{NewChromosome}[4] = \text{Chromosome}[6]$$

$$\text{NewChromosome}[5] = \text{Chromosome}[3]$$

$$\text{NewChromosome}[6] = \text{Chromosome}[4]$$

Chromosome in the population thus became:

$$\text{Chromosome}[1] = [02;21;18;03]$$

$$\text{Chromosome}[2] = [10;04;13;14]$$

$$\text{Chromosome}[3] = [12;05;23;08]$$

$$\text{Chromosome}[4] = [20;05;17;01]$$

$$\text{Chromosome}[5] = [10;04;13;14]$$

$$\text{Chromosome}[6] = [20;01;10;06]$$

Step 4. Crossover

In this example, we use one-cut point, i.e. randomly select a position in the parent chromosome then exchanging sub-chromosome. Parent chromosome which will mate is randomly selected and the number of mate Chromosomes is controlled using crossover_rate (pc) parameters. Pseudo-code for the crossover process is as follows:

```
begin
  k ← 0;
  while(k < population) do
    R[k] ← random(0-1);
    if (R[k] < pc) then
      select Chromosome[k] as parent;
    end;
    k = k + 1;
  end;
end;
```

Chromosome k will be selected as a parent if $R[k] < pc$. Suppose we set that the crossover rate is 25%, then Chromosome number k will be selected for crossover if random generated value for Chromosome k below 0.25. The process is as follows: First we generate a random number R as the number of population.

R[1] = 0.191

R[2] = 0.259

R[3] = 0.760

R[4] = 0.006

R[5] = 0.159

R[6] = 0.340

For random number R above, parents are Chromosome [1], Chromosome [4] and Chromosome [5] will be selected for crossover.

Chromosome[1] >< **Chromosome**[4]

Chromosome[4] >< **Chromosome**[5]

Chromosome[5] >< **Chromosome**[1]

After chromosome selection, the next process is determining the position of the crossover point. This is done by generating random numbers between 1 to (length of Chromosome – 1). In this case, generated random numbers should be between 1 and 3. After we get the crossover point, parents Chromosome will be cut at crossover point and its gens will be interchanged. For example we generated 3 random number and we get:

C[1] = 1

C[2] = 1

C[3] = 2

Then for first crossover, second crossover and third crossover, parent's gens will be cut at gen number 1, gen number 1 and gen number 3 respectively, e.g.

Chromosome[1] = Chromosome[1] >< Chromosome[4]
 = [02;21;18;03] >< [20;05;17;01]
 = [02;05;17;01]
Chromosome[4] = Chromosome[4] >< Chromosome[5]
 = [20;05;17;01] >< [10;04;13;14]
 = [20;04;13;14]
Chromosome[5] = Chromosome[5] >< Chromosome[1]
 = [10;04;13;14] >< [02;21;18;03]
 = [10;04;18;03]

Thus Chromosome population after experiencing a crossover process:

Chromosome[1] = [02;05;17;01]
Chromosome[2] = [10;04;13;14]
Chromosome[3] = [12;05;23;08]
Chromosome[4] = [20;04;13;14]
Chromosome[5] = [10;04;18;03]
Chromosome[6] = [20;01;10;06]

Step 5. Mutation

Number of chromosomes that have mutations in a population is determined by the mutation rate parameter. Mutation process is done by replacing the gen at random position with a new value. The process is as follows. First we must calculate the total length of gen in the population. In this case the total length of gen is $\text{total_gen} = \text{number_of_gen_in_Chromosome} * \text{number of population}$

$$\begin{aligned}
 &= 4 * 6 \\
 &= 24
 \end{aligned}$$

Mutation process is done by generating a random integer between 1 and total_gen (1 to 24). If generated random number is smaller than mutation_rate(pm) variable then marked the position of gen in chromosomes. Suppose we define pm 10%, it is expected that 10% (0.1) of total_gen in the population that will be mutated:

$$\begin{aligned}
 \text{number of mutations} &= 0.1 * 24 \\
 &= 2.4 \\
 &\approx 2
 \end{aligned}$$

Suppose generation of random number yield 12 and 18 then the chromosome which have mutation are Chromosome number 3 gen number 4 and Chromosome 5 gen number 2. The value of mutated gens at mutation point is replaced by random number between 0-30. Suppose generated random number are 2 and 5 then Chromosome composition after mutation are:

Chromosome[1] = [02;05;17;01]
 Chromosome[2] = [10;04;13;14]
 Chromosome[3] = [12;05;23;**02**]
 Chromosome[4] = [20;04;13;14]
 Chromosome[5] = [10;**05**;18;03]
 Chromosome[6] = [20;01;10;06]

Finishing mutation process then we have one iteration or one generation of the genetic algorithm. We can now evaluate the objective function after one generation:

Chromosome[1] = [02;05;17;01]

$$\begin{aligned} \mathbf{F_obj}[1] &= \text{Abs}((02 + 2*05 + 3*17 + 4*01) - 30) \\ &= \text{Abs}((2 + 10 + 51 + 4) - 30) \\ &= \text{Abs}(67 - 30) \\ &= 37 \end{aligned}$$

Chromosome[2] = [10;04;13;14]

$$\begin{aligned} \mathbf{F_obj}[2] &= \text{Abs}((10 + 2*04 + 3*13 + 4*14) - 30) \\ &= \text{Abs}((10 + 8 + 33 + 56) - 30) \\ &= \text{Abs}(107 - 30) \\ &= 77 \end{aligned}$$

Chromosome[3] = [12;05;23;02]

$$\begin{aligned} \mathbf{F_obj}[3] &= \text{Abs}((12 + 2*05 + 3*23 + 4*02) - 30) \\ &= \text{Abs}((12 + 10 + 69 + 8) - 30) \\ &= \text{Abs}(87 - 30) \\ &= 47 \end{aligned}$$

Chromosome[4] = [20;04;13;14]

$$\begin{aligned} \mathbf{F_obj}[4] &= \text{Abs}((20 + 2*04 + 3*13 + 4*14) - 30) \\ &= \text{Abs}((20 + 8 + 39 + 56) - 30) \\ &= \text{Abs}(123 - 30) \\ &= 93 \end{aligned}$$

Chromosome[5] = [10;05;18;03]

$$\begin{aligned} \mathbf{F_obj}[5] &= \text{Abs}((10 + 2*05 + 3*18 + 4*03) - 30) \\ &= \text{Abs}((10 + 10 + 54 + 12) - 30) \\ &= \text{Abs}(86 - 30) \\ &= 56 \end{aligned}$$

Chromosome[6] = [20;01;10;06]

$$\begin{aligned} \mathbf{F_obj}[6] &= \text{Abs}((20 + 2*01 + 3*10 + 4*06) - 30) \\ &= \text{Abs}((20 + 2 + 30 + 24) - 30) \\ &= \text{Abs}(76 - 30) \\ &= 46 \end{aligned}$$

From the evaluation of new Chromosome we can see that the objective function is decreasing, this means that we have better Chromosome or solution compared with previous Chromosome generation. New Chromosomes for next iteration are:

Chromosome[1] = [02;05;17;01]

Chromosome[2] = [10;04;13;14]

Chromosome[3] = [12;05;23;02]

Chromosome[4] = [20;04;13;14]

Chromosome[5] = [10;05;18;03]

Chromosome[6] = [20;01;10;06]

These new Chromosomes will undergo the same process as the previous generation of Chromosomes such as evaluation, selection, crossover and mutation and at the end it produce new generation of Chromosome for the next iteration. This process will be repeated until a predetermined number of generations. For this example, after running 50 generations, best chromosome is obtained:

Chromosome = [07; 05; 03; 01]

This means that:

$a = 7, b = 5, c = 3, d = 1$

If we use the number in the problem equation

$a + 2b + 3c + 4d = 30$

$7 + (2 * 5) + (3 * 3) + (4 * 1) = 30$

We can see that the value of variable a, b, c and d generated by genetic algorithm can satisfy that equality.