

OPTİMİZASYON TEKNİKLERİ-4. Hafta

LINEER PROGRAMLAMA OPTİMİZASYONU

④

LINEER PROGRAMLAMA

Lineer fonksiyonlardan oluşan problemleri çözmek için geliştirilmiş bir metodolordur. Bir amaçla ulaşmaya çalışılır. Max kar, min. maliyet, min. ağırlık gibi. Problemlerde kullanılan x, y değişkenleri genelde hayatta bir olayı temsil etmeleri için birer zaman neputü ölçümleridir.

Bir lineer programlama problemi amaç $z=f(x_i)$

Kısıtlar

$$g_i(x) \leq (\geq) b_i \quad \text{esitlik}$$

$$h_i(x) = c_i \quad \text{esitlik}$$

Seçilmeli tanımlar.

İşlen basamakları.

- 1) Bilinmeyenleri belirler. Buna göre değişkenleri tanımlar.
- 2) Kısıtları lineer eşitsizliklere çevirir.
- 3) amaç farkı oluşturur.
- 4) Her eşitsizliğin gradyenti alır.
- 5) Her eşitsizliğin aynı anda sağlanıp sağlanmadığını kontrol eder.
- 6) Uygun bölgeyi belirler.
- 7) Her bölge noktasında amaç farkı hesaplanır. En iyi amaçla ulaşan noktaya geçilir.

(10)

Örnek Aşağıdaki tabloyu göre işletmenin günlük maksimum karı elde edebilmesi için hangi tip araba hangi tip malzemenin yüzde ne kadar üretmesi gerekir?

	A tipi	B tipi	Maliyet	
1. Atölye	1	4	340	
2. Atölye	3	4	380	
3. Atölye	5	2	330	
Kar = Z	80	120		

Amaç Fonksiyonu

$$\text{Max Kar } Z = 80 \cdot X + 120 \cdot Y$$

Sürekte Top. Kar. $\downarrow$ A tipinin Karı $\downarrow$ A tipinden Sürekte Ür. Mik. $\downarrow$ B tipinin Karı $\downarrow$ B tipinden Sürekte Ür. Mik.

1. Atölyenin Kısıt.

$$X + 4Y \leq 340$$

$$\begin{cases} X = 340 \\ Y = 85 \end{cases}$$

1. Atölyede A tipinden 1 tane üretilen B tipinden 4 tane üretilir.

A tipinden 340 tane üretilir B tipinden 85 tane üretilir.

Bu iki tane toplam 340 adet üretilir.

2. Atölye Kısıt.

$$3X + 4Y \leq 380$$

derle cüm

$$X = 126,66$$

$$Y = 95$$

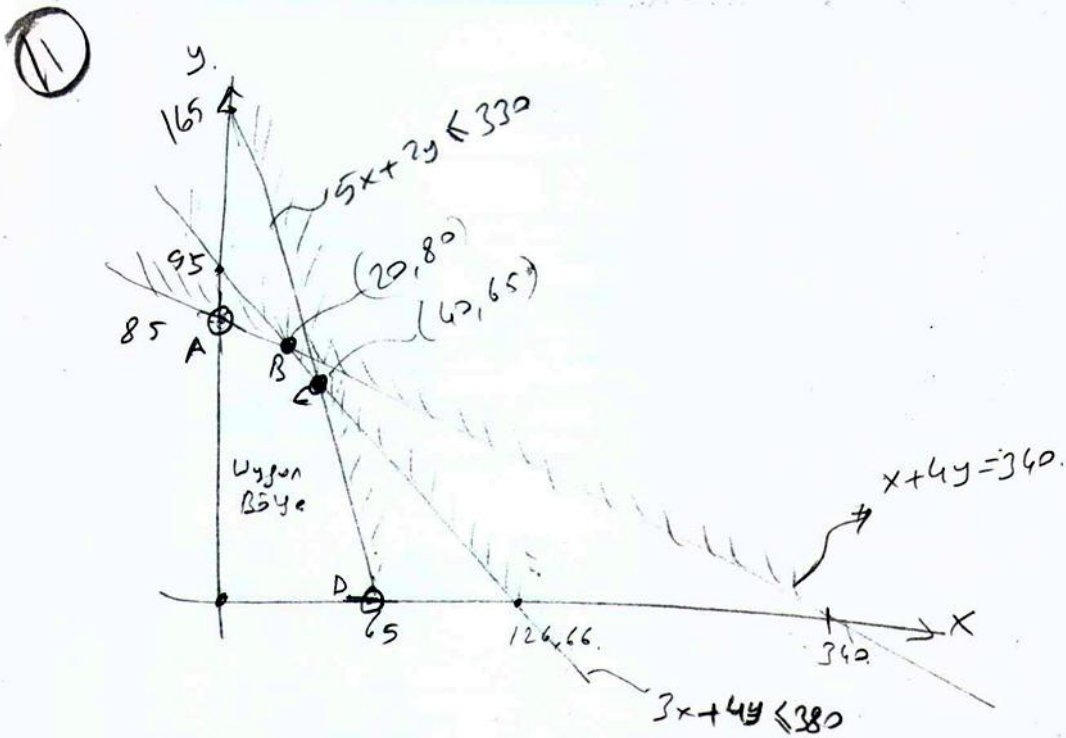
3. Atölye Kısıt.

$$5X + 2Y \leq 330$$

çöz.

$$X = 65$$

$$Y = 165$$



Uygun bölgedeki A ve D noktaları geçirelim
Çünkü bir kısıtında $x > 0$ $y > 0$ olacaktır
B ve C de bir olacaktır.

B noktası ile denklemleri kurarak noktası bulalım

Çözümde

$$\begin{array}{r} - / x + 4y = 340 \\ + / 3x + 4y = 380 \\ \hline -x - 4y = -340 \\ 3x + 4y = 380 \\ \hline 2x = 40 \Rightarrow x = 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \rightarrow 20 + 4y = 340 \\ 4y = 320 \\ y = 80 \end{array}$$

B noktası $(x, y) = (20, 80)$
adeti bütün noktaları

C noktasını hesaplayalım.

$$\begin{array}{r} -2 / 3x + 4y = 380 \\ 5x + 2y = 330 \\ \hline 3x + 4y = 380 \\ + -10x - 4y = -660 \\ \hline -7x = -280 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \rightarrow x = 40 \\ 3 \cdot 40 + 4y = 380 \\ 4y = 260 \\ y = 65 \end{array}$$

C noktası $(x, y) = (40, 65)$

12

Hangi nolet daha karlıdır? Bulalım

$$Z = 80 \cdot X + 120 \cdot Y$$

B nolet
nolet $Z_B = 80 \cdot 20 + 120 \cdot 80 = 11200 \text{ TL}$

C nolet $Z_C = 80 \cdot 40 + 120 \cdot 65 = 11000 \text{ TL}$

B noletten daha yapılacak üretim daha karlıdır.

Örnek AT5/2000 deyimli

50 tane A d

80 tane B d

deyimli

	A Tm X	B Tm Y	
1. At.	20	80	11200 TL
2. At.	20	80	11200 -
3. At.	20	80	11200 TL
			$\frac{+}{33600 \text{ TL}}$

Örnek soruyu inceleyin

<https://www.youtube.com/watch?v=-32jcGMPD2Q>

GRAFİK OPTİMİZASYONUTemel Kavramlar

- Optimize edilecek büyüklük (max ya da min bulunacak) hedef (amac) fonksiyon olarak adlandırılır. $f(x)$ şeklinde gösterilir.
- Optimum değeri bulmak için değişkenler parametreler tasarım değişkenler denir. Bu değişkenler amaç fonksiyonun içinde bulunur $f(x)=3x$.
- Parametrelerin değeri almaya konulan sınırlamalar Kısıtlayıcılar olarak adlandırılır.

$$g(x) < a$$

şeklinde ifade edilen kısıtlamalar esitlik kısıtlamalarıdır.

$$h(x) < b$$

şeklinde ifade edilen kısıtlar esitlik kısıtlamalarıdır.

Tasarım Sıncapı

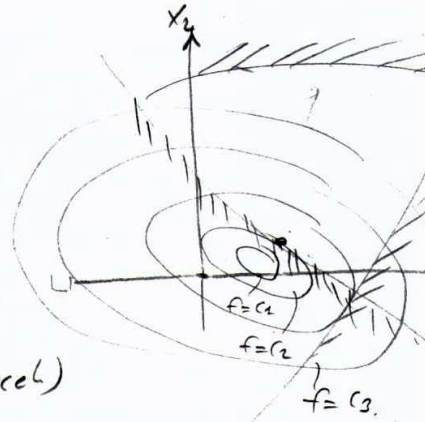
Optimum Masa Tasarımı

Amaç: Tasarım

Amaç: Bu özelliklere sahip masa tasarlamak



- 1) Rngit olmalı (max. edilecek)
- 2) Hafif olmalı (minim edilecek)
- 3) Maliyeti düşük olmalı (minim edilecek)
- 4) Yeterince dayanıklı olmalı (max. edilecek)



Bu kriterler birbirini ile çelişmektedir. Bu nedenle bu kriterler arasında bir orta yolu bulmalıyız. Bunu bir verilecek bir ifade nasıl bulabiliriz? Problem tanımla göre f(x) fonksiyonunu oluşturur ama çözümleri bulabiliriz. İhtiyaçlarımızla optimum noktası bulabiliriz.

Tasarım değişkenleri

- Sizi tanımlayan değişken setidir (Masa için yüksekliği, genişliği, maliyeti, dayanımı, ağırlığı vs).
- Tasarım değişkenleri her biri bir değere atanabilmektedir. Sayısal olarak ifade edilebilmelidir. (büyük olmalıdır olmaz. Bu şekilde büyük olmalıdır).
- Tasarım değişkenleri birbirinden bağımsız olmalıdır. (Büyük olmalıdır diyor ki bu işi yapamaz, ikisi ayr. olmalıdır).

Modellirmede bu değişkenlerin belirlenmesi, olduktan sonra sınırlıdır. Aksi halde matematiksel model problemi ifade etmede eksik kalır.

(86)

Kısıtlayıcılar

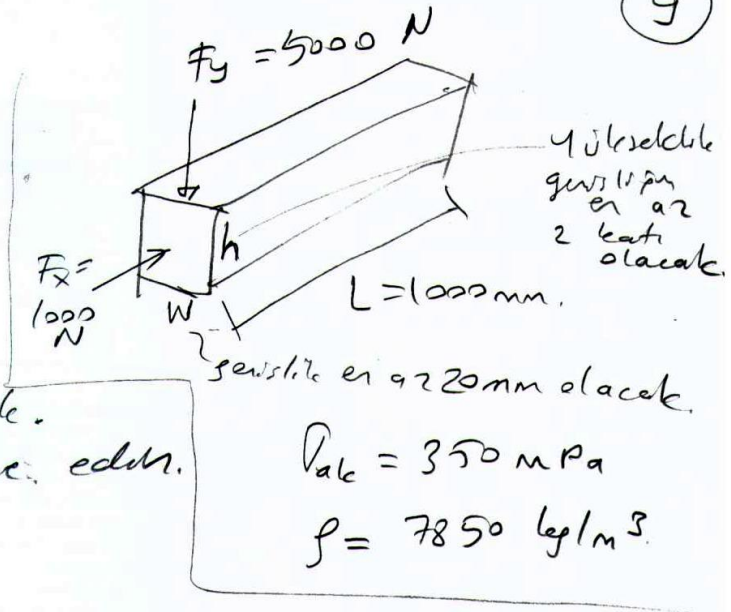
Tasarımı sınılayan tasarım değışkenlerinin alacağı değerlere üst köyün farklılarıdır.

- Boyutları sınıdan aşığı olmaktadır (y. sınıdan, q_{max} , q_{min} , q_{avg})
- İsterse en az sınıdan yığılması tasarımı kısıtlar.

Yine burada kısıtlayıcılar sayısal olarak ifade edilebilmektedir. (Masa gövde olmaktadır sebebiyle olmaz).

Örnek

Sekizdeli gibi
dikdörtgen kesitli
bir alana
uğramadan bir delik
yöker minimum
ağırlık ile taşıyacak.
Tasarımı optimize edilir.



Amaç, Belirleme

Amaç: Belirle

Amaç, minimum ağırlıkta, alana
uğramadan, verilen kısıtlara uyarak bir tasarım
gerçekleştirmektir.

Dolayısıyla amacımız, hedefin minimum
ağırlık sağlamak, o zaman Ağırlık
Tasarım değişkenleri ile ifade edilmelidir.
Ayrıca ifadeler Alana içinde hesaplanmalıdır.

Tasarım değişkenleri belirle

minimum ağırlığı verecek sabitler ve değişkenler
belirlenmelidir.

W (Genişlik) Değişken
 h (Yükseklik) Değişken

L (Boy) Sabit
 ρ (Yoğunluk) Sabit

Amaç fonksiyonu oluşturun

(10)

Kırışın ağırlığı şu şekilde hesaplanır.

$$G = \rho \cdot W \cdot h \cdot L \quad (\text{Sabitler değeri olarak yerine yazalım})$$

$$G = 7850 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{mm}^3} \cdot W \cdot h \cdot 1000 \text{ mm}$$

$$G = 0,00785 \cdot W \cdot h$$

Sınırlamaları oluşturun

- Kırış pürvanı $F_y = 5000$ ve $F_x = 1000$ N lük yükler taşımaktadır.
- Genişliği en az 20 mm olmalıdır.
- Yüksekliği de genişliğim en az 2 katı olmalıdır.
- Gerilmeler Almany (350 MPa) geçmemelidir.

Boyutları ile ilgili kısıtlar şu şekilde gösterilir.

$$g_1(x) = h \geq 2 \cdot W \rightarrow g_1(x) = h - 2W \geq 0$$

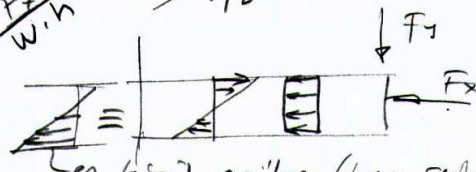
$$g_2(x) = W \geq 20 \text{ mm} \rightarrow g_2(x) = W - 20 \geq 0$$

Alma ile ilgili kısıtlar

$$g_3(x) = \sigma_{\max} - \sigma_{\text{Al}} \leq 0$$

$$\sigma_{\max} = \frac{F_x}{A_0} + \frac{F_y \cdot L}{\frac{I_x}{C}}$$

$$\frac{F_x}{W \cdot h} + \frac{F_y \cdot 1000}{\frac{W \cdot h^3}{12} \cdot \frac{h}{2}} = \frac{F_x}{W \cdot h} + \frac{F_y \cdot 100}{\frac{W \cdot h^2}{6}}$$



(11)

Sırasıyla olarak $f_3(x)$ kısıtı.

$$f_3(x) = \left(\frac{F_x}{w \cdot h} + \frac{F_y \cdot 6000}{w \cdot h^2} \right) - 350 \leq 0$$

olur.

$$f_3(x) = \frac{1000}{w \cdot h} + \frac{5000 \cdot 6000}{w \cdot h^2} - 350 \leq 0$$

olun

İki tane kısıtın değeri vardır.

Bu problem grafiksel optimizasyon yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

