



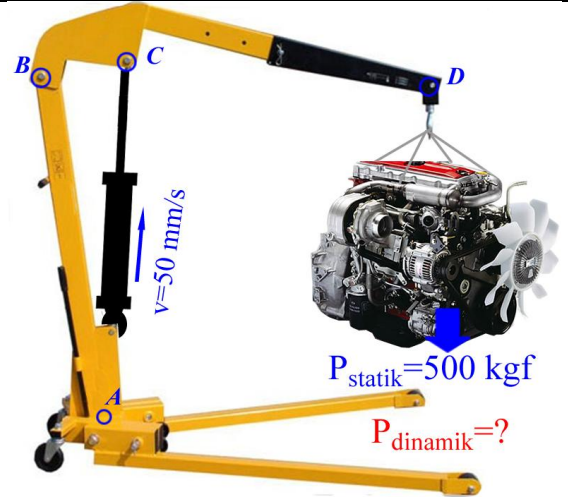
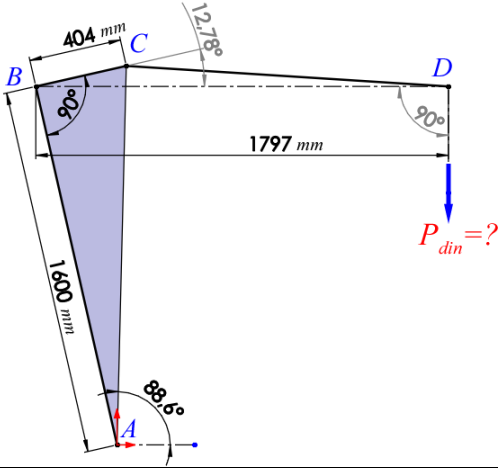
## KARABÜK ÜNİ. MÜH.FAK, MEKATRONİK BÖL, MAKİNE DİNAMİĞİ FİNAL SINAVI

1 sayfa önlü arkalı formül ve not alma kağıdı kullanabilirsiniz. Sınavda sıra numarası vardır. Birinizdeki hata bir başkasında çıkarsa ikisi de kopya işlemi görür. Kağıtlarınızı saklayın. Kağıtları verimli kullanın. SORULARDA SİZCE EKSİK BİR YER VAR İSE KENDİNİZ KARAR ALIP TAMAMLAYIN. Süre net 90.dk dir. Başarılar. İ.Çayıroğlu, 21.05.2025

- 1) Şekildeki gibi bir Atölye vinci ile 500 kgf ağırlığındaki motoru kaldıracacağız. Bunun için Vincin pistonu 50 mm/s hızla sürülmektedir. Tam fotoğrafın çekildiği esnada **Motorun ağırlığı** ne olur? (Halata gelen kuvvet nedir) (50 p)

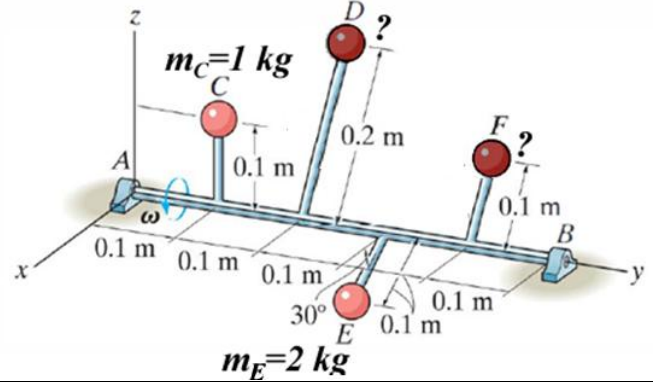
Not1: Vinç kolunun açısal ivmesini bulun. Daha sonra dönen kol üzerinde oluşan teğetsel ivmeden motorun oluşturduğu ağırlığı hesaplayın.

Not2: Gidişattan not verilecektir. Hız ve ivme denklemlerini ve tablolarını sırasıyla bulmaya çalışın.



Solidworks'te çizilerek gerekli olabilecek bazı ölçüler verilmiştir. Başka ölçüye ihtiyacınız var ise kendiniz hesaplayın yada karar alın.

- 2) Şekildeki milin dengede olabilmesi için D ve F kütleleri **hangi açıda** ve **kaç kg** olmalıdır?(25 p)

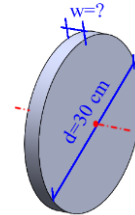
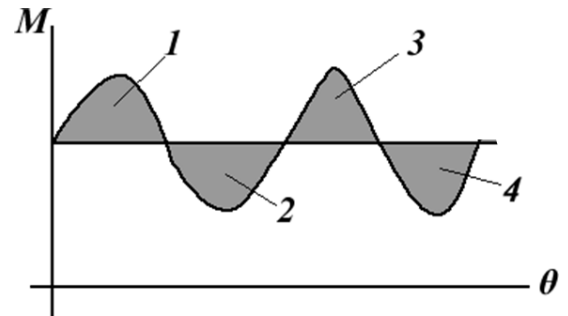


- 3) Şekilde bir motorun Moment-Açı grafiği verilmiştir. Grafikteki taralı alanlardan enerji değişimini hesaplayabiliyoruz ( $E=M*\theta$ ). Buna göre taralı alanların Enerjileri şu şekilde bulunmuş;

$$E_1=620 \text{ J}, E_2=500 \text{ J}, E_3=470 \text{ J}, E_4=590 \text{ J}$$

- a) Milin ortalama devri 1200 d/d ve devirdeki değişimin % 2 den daha fazla olması istenmiyor. Buna göre kullanılacak Volanın kütsel **atalet momenti** ne olmalıdır? (15 p)

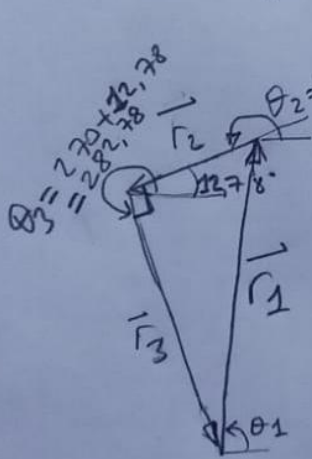
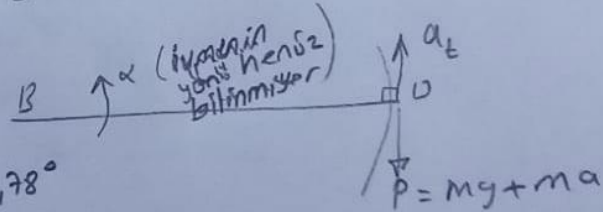
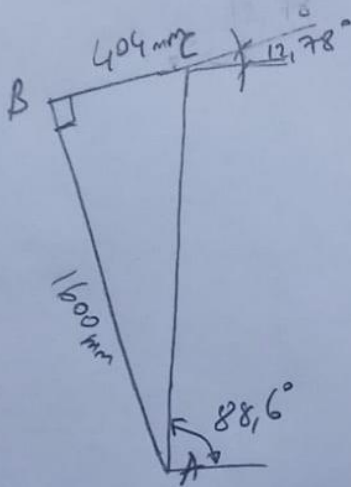
- b) Volan olarak d=30 cm çapında silindirik şeklinde düz bir demir teker kullanılacaktır. Tekerin **geniştirliği** ne olur? ( $w=?$ ) (demirin yoğunluğu = 7850 kg/m<sup>3</sup>)(10 p)



# GÖZÜMLER

1

- 1) Önce kolu çeviren Poligonu çizelim. BC arasındaki vektörde oluşacak açısal hız ve ivme, yükü taşıyan BD kolu ile aynı olacaktır. Dolayısı ile BC kolunun açısal ivmesini bulursak bu BD ninde açısal ivmesi olacaktır ve tüpütsel ivmeyi bulup yükün kütlesinin oluşturduğu atalet kuvvetini bulabiliriz.



A) Konum denklemi ve Konum tablosu

$$\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3 = 0$$

$$r_1 \mu(\theta_1) + r_2 \mu(\theta_2) + r_3 \mu(\theta_3) = 0$$

Konum denklemi:

Konum Tablosu

|          | $\vec{r}_1$             | $\vec{r}_2$               | $\vec{r}_3$               |
|----------|-------------------------|---------------------------|---------------------------|
| r        | $r_1 = ?$               | $r_2 = 404 \text{ mm}$    | $r_3 = 1600 \text{ mm}$   |
| $\theta$ | $\theta_1 = 88.6^\circ$ | $\theta_2 = 192.78^\circ$ | $\theta_3 = 282.78^\circ$ |

Çiz. teoreminde  $\vec{r}_1$  in boyunu bulalım.

$$r_1 = \sqrt{r_2^2 + r_3^2 - 2 \cdot r_2 \cdot r_3 \cdot \cos 90^\circ}$$

$$r_1 = \sqrt{404^2 + 1600^2 - 2 \cdot 404 \cdot 1600 \cdot \cos 90^\circ}$$

$$r_1 = 1650 \text{ mm.}$$

B) Hız denklemi ve Hız Tablosu

1. Değişken tablosu, Konumdaki değişimleri gösterir. Hareket esnasında A ve B noktaları sabit kalıyor.



|          | $\vec{r}_1$    | $\vec{r}_2$    | $\vec{r}_3$    |
|----------|----------------|----------------|----------------|
| r        | $r_1 = D$      | $r_2 = S$      | $r_3 = S$      |
| $\theta$ | $\theta_1 = D$ | $\theta_2 = D$ | $\theta_3 = S$ |

C noktası yer değiştiriyor.

Konum denklemi

$$r_1 \mu(\theta_1) + r_2 \mu(\theta_2) + r_3 \mu(\theta_3) = 0$$

Üstüne değişken var denir.

Konum denkleminin 1. kez türevini alalım.

$$\dot{r}_1 \vec{\mu}(\theta_1) + r_1 \cdot \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) + r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) = 0$$

Hız denklemini

Hız tablosu

|                | $\vec{r}_1$                               | $\vec{r}_2$                     | $\vec{r}_3$          |
|----------------|-------------------------------------------|---------------------------------|----------------------|
| $\dot{r}$      | $\dot{r}_1 = \dot{r}_2 = 50 \text{ mm/s}$ | $\dot{r}_2 = 0$                 | $\dot{r}_3 = 0$      |
| $\dot{\theta}$ | $\dot{\theta}_1 = \omega_1 = ?$           | $\dot{\theta}_2 = \omega_2 = ?$ | $\dot{\theta}_3 = 0$ |

2 tane bilinmeyenimiz var. Bunları hız denkleminde bulalım.

$$\cancel{\vec{\mu}(\theta_1)} \dot{r}_1 \vec{\mu}(\theta_1) + r_1 \cdot \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) + r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) = 0$$

$\begin{matrix} 50 & 88,6^\circ & 1650 & ? & 88,6^\circ & 404 & ? & 192,78^\circ \\ \text{mm/s} & & \text{mm} & & & \text{mm} & & \end{matrix}$

$$\dot{r}_1 \vec{\mu}(\theta_1) \cdot \vec{\mu}(\theta_2) + r_1 \cdot \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) \cdot \vec{\mu}(\theta_2) + r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) \cdot \vec{\mu}(\theta_1) = 0$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_1 \quad \quad \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_0 \quad \quad \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{\sin(\theta_1 - \theta_2)}$

$$\dot{r}_1 + r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

$$\dot{\theta}_2 = \frac{-\dot{r}_1}{r_2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2)} = \frac{-50 \text{ mm/s}}{404 \text{ mm} \cdot \sin(88,6^\circ - 192,78^\circ)} = 0,127 \quad \left(\frac{1}{s} = \frac{r}{sn}\right)$$

$$\dot{\theta}_2 = \omega_2 = 0,127 \text{ rad/sn.}$$

$$\cancel{\vec{\mu}(\theta_2)} \quad + \quad \frac{\dot{\theta}_1}{?} \quad + \quad \frac{\dot{\theta}_2}{?} = 0$$

$$\dot{r}_1 \vec{\mu}(\theta_1) \cdot \vec{\mu}(\theta_2) + r_1 \cdot \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) \cdot \vec{\mu}(\theta_2) + r_2 \cdot \dot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) \cdot \vec{\mu}(\theta_2) = 0$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{\cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad \quad \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \quad \quad \quad \underbrace{\quad\quad\quad}_0$

$$\dot{\theta}_1 = \frac{-\dot{r}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{r_1 \sin(\theta_2 - \theta_1)} = \frac{-50 \text{ mm/s} \cdot \cos(88,6^\circ - 192,78^\circ)}{1650 \text{ mm} \cdot \sin(192,78^\circ - 88,6^\circ)}$$

$$\dot{\theta}_1 = \omega_1 = 0,00765 \text{ rad/sn.}$$

c) İme denklemleri ve İme tablosu.

(3)

2. deresten tablosu, hızdaki değişimleri gösterir.

|                | $\vec{r}_1$          | $\vec{r}_2$          | $\vec{r}_3$ |
|----------------|----------------------|----------------------|-------------|
| $\dot{r}$      | $\dot{r}_1 = S^*$    | $\dot{r}_2 = S$      | $\times$    |
| $\dot{\theta}$ | $\dot{\theta}_1 = D$ | $\dot{\theta}_2 = D$ | $\times$    |

Hız denklemleri yok oldu.  
(Çase hareket etmiyor)

Not:  $\vec{a}$  sabit  
sabit  $u, v, y$  değişken  
 $\vec{a} \cdot \vec{u} = a \cdot \vec{u}$   
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = \dot{\vec{u}} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \dot{\vec{v}}$   
 $\vec{u} \cdot \vec{y} = \dot{\vec{u}} \cdot \vec{y} + \vec{u} \cdot \dot{\vec{y}}$   
 $\quad + \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \dot{\vec{y}}$

Hız denklemleri:

$$\underbrace{\dot{r}_1}_S \underbrace{\mu(\theta_1)}_D + \underbrace{\dot{r}_1}_D \underbrace{\dot{\theta}_1}_D \underbrace{\vec{r}(\theta_1)}_D + \underbrace{\dot{r}_2}_S \underbrace{\dot{\theta}_2}_D \underbrace{\vec{r}(\theta_2)}_D = 0$$

$$\boxed{\begin{aligned} &\dot{r}_1 \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) + \dot{r}_1 \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_2) + \dot{r}_1 \ddot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) - \dot{r}_1 \dot{\theta}_1^2 \mu(\theta_1) \\ &+ \dot{r}_2 \ddot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) - \dot{r}_2 \dot{\theta}_2^2 \mu(\theta_2) = 0 \end{aligned}} \quad \text{İme denklemleri}$$

İme Tablosu

|                 | $\vec{r}_1$           | $\vec{r}_2$           | $\vec{r}_3$ |
|-----------------|-----------------------|-----------------------|-------------|
| $\ddot{r}$      | 0                     | 0                     | $\times$    |
| $\ddot{\theta}$ | $\ddot{\theta}_1 = ?$ | $\ddot{\theta}_2 = ?$ | $\times$    |

2 tane bilinmeyen var. Bunları İme denklemlerinden bulalım  
İme denklemlerini serişile gösterebiliriz. Tabiri yarınayalım

$$\frac{\vec{r}(\theta_1)}{\mu(\theta_1)} + \frac{\ddot{\theta}_1}{?} - \frac{\ddot{\theta}_2}{?} = 0$$

$$\begin{aligned} &\dot{r}_1 \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) \mu(\theta_1) + \dot{r}_1 \dot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_2) \mu(\theta_1) + \dot{r}_2 \ddot{\theta}_1 \vec{r}(\theta_1) \mu(\theta_1) \\ &- \dot{r}_1 \dot{\theta}_1^2 \mu(\theta_1) \mu(\theta_1) + \dot{r}_2 \ddot{\theta}_2 \vec{r}(\theta_2) \mu(\theta_1) - \dot{r}_2 \dot{\theta}_2^2 \mu(\theta_2) \mu(\theta_1) \end{aligned}$$

$\sin(\theta_1 - \theta_2)$   $\cos(\theta_2 - \theta_1)$

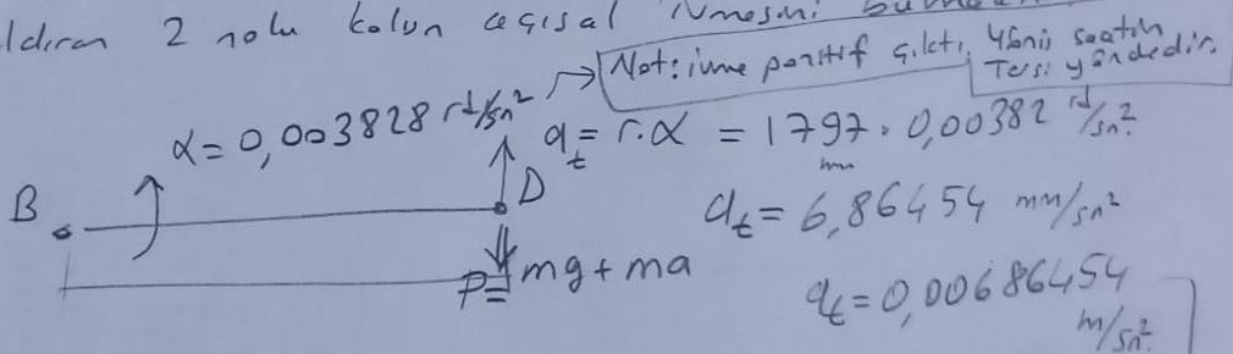


$$\ddot{\theta}_2 = \frac{r_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 + r_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_1)}{r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)}$$

$$\ddot{\theta}_2 = \frac{1650_{\text{mm}} \cdot 0,00765^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} + 404_{\text{mm}} \cdot 0,127^2 \frac{\text{rad}^2}{\text{s}^2} \cdot \cos(192,78 - 88,6)}{404_{\text{mm}} \sin(88,6 - 192,78)}$$

$$\boxed{\ddot{\theta}_2 = \alpha_2 = 0,003828 \text{ rad/s}^2}$$

$\alpha_1 = \ddot{\theta}_1$  bulunurza gelecekte. Bize lazım olan yolu kaldıran 2 tane kolun ağırlık kuvvetini bulmaktır.



$$P = mg + ma = 500_{\text{kg}} \cdot 9,81_{\text{m/s}^2} + 500_{\text{kg}} \cdot 0,00686454_{\text{m/s}^2}$$

$$= 4905 \text{ N} + 3,43 \text{ N}$$

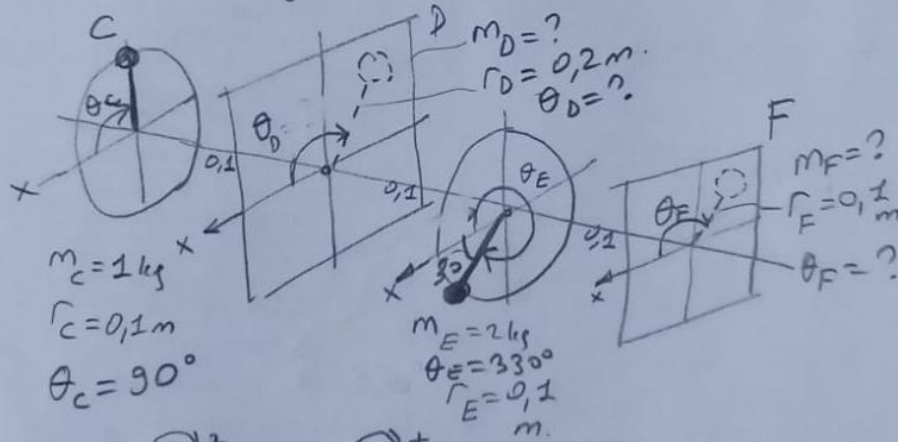
$$= 4908,43 \text{ N} \approx 500,349 \text{ kg}$$

içine çok düşük sıktığından fazla bir kilosu değildi. 349 gr'lık bir artış oldu.

Not:  
F = ma  
N = kg m/s<sup>2</sup>  
den Nme  
m/s<sup>2</sup>  
alınmalı.

2) Soruda C ve E kütleleri dengesiyle oluşturulan kütledir. D ve F kütlesi ise dengelenmeyi sağlayacak kütledir. Dolayısıyla D ve F düzlemleri bizim ders notlarında L ve R ile gösterdiğimiz düzlemler olacaktır. Yatakların nerede olduğunun bir önemi yoktur. Çünkü yataklara gelen kuvveti vs hesaplamıyoruz. Ayrıca dengelenmeden sonra yataklara kuvvet gelmeyeceğinden nerde olduğunun bir önemi yoktur.

Buna göre sorumuz basit çizimle şu şekle dönüşür.



Dengesizliği oluşturan düzlemler daire şeklinde, Dengelenen yapılacak düzlemler dikdörtgen şeklinde gösterilmiştir.

$$\sum M_{Dx} = 0, \quad \sum M_{Dy} = 0, \quad \sum F_x = 0, \quad \sum F_y = 0$$

+A sapındakileri pozitif alalım.

$$\sum M_{Dx} = 0 \Rightarrow -m_C \cdot r_C \cdot \cos \theta_C + m_E \cdot r_E \cdot \cos \theta_E + m_F \cdot r_F \cdot \cos \theta_F = 0$$

$$m_F \cdot 0.1 \cdot \cos \theta_F = \frac{1}{\text{kg}} \cdot 0.1 \cdot \cos 90 - \frac{2}{\text{kg}} \cdot 0.1 \cdot \cos 330 = 0$$

$$m_F \cos \theta_F = -0.866 \quad (1)$$

$$\sum M_{Dy} = 0 \Rightarrow -m_C \cdot r_C \cdot \sin \theta_C + m_E \cdot r_E \cdot \sin \theta_E + m_F \cdot r_F \cdot \sin \theta_F = 0$$

$$m_F \cdot 0.1 \cdot \sin \theta_F = \frac{1}{\text{kg}} \cdot 0.1 \cdot \sin 90 - \frac{2}{\text{kg}} \cdot 0.1 \cdot \sin 330 = 0$$

$$m_F \sin \theta_F = 0.02 \quad (2)$$

Formüllerini kullanarak 4 bilinmeyen bulalım.

Moment aldığımız noktanın solundakileri negatif, sağındakileri pozitif alalım.

① ve ② den.

$$\frac{m_F \sin \theta_F}{m_F \cos \theta_F} = \frac{0,02}{-0,866} = 0 \Rightarrow \tan \theta_F = -0,023094 \Rightarrow \theta_F = -1,322^\circ$$

① den  $m_F \cos \theta_F = -0,866 \Rightarrow m_F = \frac{-0,866}{\cos 178,677} \Rightarrow m_F = 0,866 \text{ kg}$

$\theta_F = 178,677$

Not: kütlesi negatif değere negatif çıkarsa açıya da hata yapıyor olabiliriz. Örnekle Tan açıların bölgesine bakıp gerçek açısını X ten itibaren bulmalıyız.

Birde Sin (+)

cos (-) sıktı

Doklayısı ile

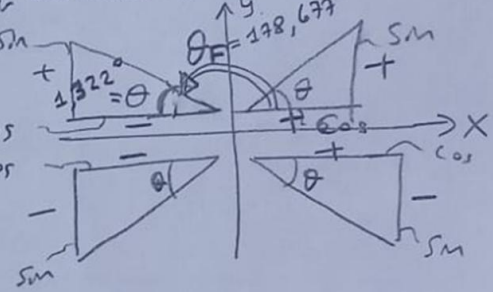
$\theta_F$  II bölgededir

$$\theta_F = 180 - 1,322^\circ$$

$$\theta_F = 178,677^\circ$$

olur

Tan'da bulduğumuz açının X ten itibaren açını bulabilmek için bölgesine bakmalıyız.



$$\sum F_x = 0 \quad m_C \cdot r_C \cdot \cos \theta_C + m_D \cdot r_D \cdot \cos \theta_D + m_E \cdot r_E \cdot \cos \theta_E + m_F \cdot r_F \cdot \cos \theta_F = 0$$

$$\frac{1}{\text{kg}} \cdot \frac{0,1}{\text{m}} \cdot \cos 90 + \frac{m}{?} \cdot \frac{0,2}{\text{m}} \cdot \cos \theta_D + \frac{2}{\text{kg}} \cdot \frac{0,1}{\text{m}} \cdot \cos 330 + \frac{0,866}{\text{kg}} \cdot \frac{0,1}{\text{m}} \cdot \cos 178,677 = 0$$

$$m_D \cos \theta_D = 0,43314 \quad \text{--- ③}$$

$\sum F_y = 0$  Aynı ifadenin Sin  $\theta$  lüsünü yazarsak.

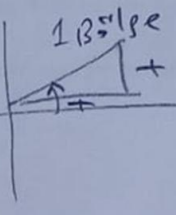
3 ve 4 den.

$$m_D \sin \theta_D = 0,93314 \quad \text{--- ④}$$

$$\frac{m_D \sin \theta_D}{m_D \cos \theta_D} = \frac{0,93314}{0,43314}$$

$$m_D = \frac{0,93314}{\sin 65}$$

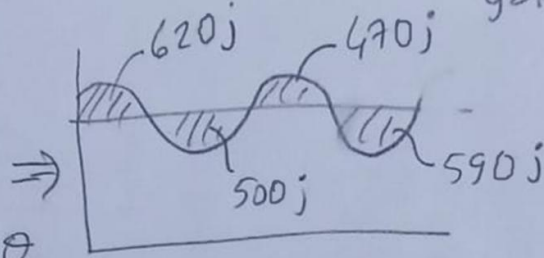
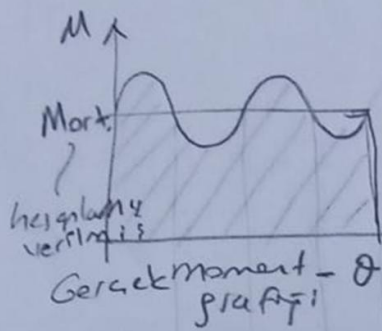
$$m_D = 1,0296 \text{ kg}$$



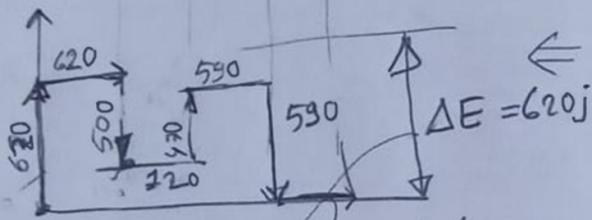
$$\tan \theta_D = 2,154 \Rightarrow \theta_D = 65^\circ$$



3) Soruda açısal hız verilmemiş. Moment hesaplanmıy mı verilmemiş? 7



Bize verilen grafik bu. Yani enerjinin artan ve azalan bölgelerini gösteriyor. Artan ve Azalan kısımlar birbirine eşit olmak zorundadır. Değişimi yukarıdaki grafikte gösterelim.



Başladığı noktaya dönmelidir. Pozitif enerjiler negatif enerjileri sıfırlanmalıdır. Enerjinin korunumu kavramı.

En yüksek enerji seviyesi ile en düşük enerji seviyesi arası  $\Delta E$  (Enerji değişimi) gösterir. Volan bu enerji dalgalanmasını azaltacak.

$$\text{Work} = \frac{2\pi \cdot 1200}{60} = 125,66 \text{ rad/s}$$

Volan Formülümüz

$$\Delta E = I \cdot \omega^2$$

$$620 = I_m \cdot 0,02 \cdot 125,66^2$$

$$I_m = 1,96 \text{ Nm s}^2 = \text{kg m}^2$$

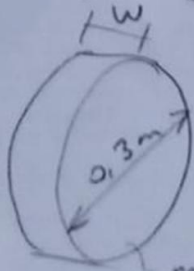
$$\begin{aligned} F &= m \cdot a \\ N &= \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \rightarrow \\ N \cdot \text{s}^2 &= \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^2 \\ &= \text{kg m}^2 \end{aligned}$$

Silindirik kütle atalet momenti formülü

$$I_m = \frac{1}{2} m r^2 \Rightarrow \frac{1,96}{\text{kg m}^2} = \frac{1}{2} m \cdot (0,15^2)$$

$$m = 174,2 \text{ kg}$$

Volanın kütlesi



$$m = 174,2 \text{ kg}$$

$$M = \rho \cdot (\pi d^2 \cdot W) \cdot \text{hacmi}$$

$$174,2 \text{ kg} = 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \pi \cdot 0,3^2 \cdot W$$

$$W = 0,0784 \text{ m}$$

$$W = 78,4 \text{ mm}$$