

AKIŞKANLAR MEKANİĞİ NOTLARI

A BİRİMLER - VE TANIMLAR

Kuvvet = Duran cismi hareket ettiren etkidir.

$$Kuvvet = Kütleye \times ivme \Rightarrow F = m \cdot a$$

$$G = m \cdot g = kg \cdot \frac{m}{s^2} = N = gr \cdot \frac{cm}{s^2} = [dyn]$$

Çöz 1 N kaç dyn eder?

$$1N = \frac{kg \cdot m}{s^2} = \frac{1000gr \cdot 100cm}{s^2} = 10^5 \frac{gr \cdot cm}{s^2} = dyn //$$

Basınç = Yüze dik olarak uygulanan kuvvetin sonucu olarak ortaya çıkan gerilmeye birim Pascaldır. Genellikle bar kullanılır ($10^5 Pa = 1 bar$)

$$Basınç = \frac{Kuvvet}{Alan} \Rightarrow \frac{F}{A} = \frac{N}{m^2} = Pascal = Pa$$

İş / Enerji = İş ve enerjinin birimleri aynıdır. Bir insan iş yapar sa enerjisi vardır. Enerjisi varsa iş yapabilir.

$$İş = Enerji = Kuvvet \times Yol = N \times m = Joule (J)$$

Güç = Birim zamanda yapılan işe denir ya da harcanan işe denir.

$$Güç = \frac{İş \div Enerji}{Zaman} = \frac{N \cdot m}{s} = \frac{J}{sn} = Watt (W)$$

$$1 \text{ beygir (BG)} = 75 \text{ kgm/sn}$$

Çöz 60 BG gücündeki bir araba kaç kW'lık güce sahiptir?

$$1 BG = 75 \frac{kgm}{sn} = 75 \cdot (9.81N) \frac{m}{s} = 736 \frac{N \cdot m}{s} = W$$

$$60 BG = 60 \cdot 736 W$$

$$= 44160 W = 44.16 kW //$$

$$1 kW = 1.3636 BG$$

<u>Birim</u>	<u>Birim</u>	<u>Sembol</u>	<u>Markları</u>
Kuvvet	Newton	N	kgm / sn ²
Basınç	Pascal	Pa	N/m ²
Enerji (Is)	Joule	J	N.m
Güç	Watt	W	Nm. / sn

Bu birimler bazen küçük bazen de büyük olabilir. Uygunları kolların kullanmak daha uygundur. Bu kollar topluca şöyledir:

<u>Tatışım (Ölçme)</u>	<u>Sembol</u>	<u>Görünüm</u> <u>Bölge</u>
atto	a	10 ⁻¹⁸
femto	f	10 ⁻¹⁵
pico	p	10 ⁻¹²
nano	n	10 ⁻⁹
micro	μ	10 ⁻⁶
mili	m	10 ⁻³
-	-	10 ⁰ = 1
kilo	k	10 ³
mega	M	10 ⁶
giga	G	10 ⁹
tera	T	10 ¹²
peta	P	10 ¹⁵
exa	E	10 ¹⁸

Örneğin bir santralin gücü için 32 milyon W yerine 32 MW demek daha uygundur.

Akışkan = üzerine uygulanan kayma gerilmesi ne kadar küçük olursa olsun bu gerilmenin etkisi altına girer girmez setil değişiren ve akmaya başlayan maddelere akışkan denir. Bu kavram sıvıları olduğu kadar gazları da kapsar.

Yoğunluk = Atışkanın birim hacminin kütlesine denir. ~~Birimi~~ ρ ile gösterilir. (Birimi $\rho = \text{kg/m}^3$ 'dır.)

Örneğin suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 'dır.

1 cm^3 su 1 gr 'dır.

1 m^3 su 1 ton 'dur.

Özgül Hacim = Yoğunluğun tersine özgül hacim denir.

$$V = \frac{1}{\rho} = \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

Suyun özgül hacmi;

$$V = 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} = 1 \text{ lt/kg.}$$

Özgül Ağırlık = Birim hacimdeki atışkanın ağırlığına denir.

$$\gamma = \rho \cdot g = \text{N/m}^3$$

Suyun özgül ağırlığı;

$$\text{Newton cinsinden; } \gamma = \rho \cdot g = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9810 \text{ N/m}^3$$

$$\text{Kilogram kuvvet (kgf) cinsinden; } \begin{array}{r} 1 \text{ kg} \quad 9,81 \text{ N} \\ \times \quad \quad 9810 \text{ N} \\ \hline x = 1000 \text{ kgf} \end{array}$$

Bağıl Yoğunluk = Bir atışkanın yoğunluğunun suyun yoğunluğuna oranına denir. Birimi yoktur.

Örneğin; bağıl yoğunluğu 0,78 olan bir yağın yoğunluğu 780 kg/m^3 'tür.

Özgül Enerji = Bir atışkanın birim kütlesinin sahip olduğu enerjiye denir. (Joule/kg). Bu enerji atışkanın basıncı, yüksekliği ya da hızı dolayısıyla sahip olduğu enerji olabilir. Bir atışkanın toplam özgül enerjisi şöyle gösterebilir:

$$E = g \cdot z + \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}$$

$E \Rightarrow$ özgül enerji (J/kg)

$v =$ hız (m/s)

$g \Rightarrow$ yerçekimi ivmesi (m/s^2)

$z \Rightarrow$ kot farkı (m)

$p \Rightarrow$ basıncı (Pa)

$\rho \Rightarrow$ yoğunluk (kg/m^3)

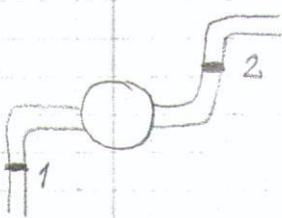
Örn Bir boru içinden su akmaktadır. Belirli bir noktadaki basınç $P = 22,4 \text{ Pa}$, hız $U = 2,1 \text{ m/s}$, yükseklik $z = 3,2 \text{ m}$ olduğuna göre bu noktadaki özgül enerjilerin toplamını bulunuz.

$$\text{Toplam özgül enerji} = E = g \cdot z + \frac{P}{\rho} + \frac{U^2}{2}$$

$$E = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,2 \text{ m} + \frac{22,4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{2,1^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2}{2}$$

$$= 31,61 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 31,61 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Örn Bir su pompasının giriş kesitinde suyun basıncı $P_1 = 0,2 \text{ bar}$, hızı $U_1 = 3,4 \text{ m/s}$; çıkış kesitindeki basıncı $P_2 = 3,2 \text{ bar}$, hızı $U_2 = 5,1 \text{ m/s}$ 'dir. Çıkış ve giriş kesitleri arasındaki yükseklik farkı $z = 0,46 \text{ m}$ olduğuna göre pompanın içinden geçen her kg suyun kazandığı özgül enerjiyi bulunuz.



$$E_2 - E_1 = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{U_2^2}{2} - \left[g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{U_1^2}{2} \right]$$

$$E_2 - E_1 = g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + \frac{U_2^2 - U_1^2}{2}$$

$$E_2 - E_1 = 9,81 (0,46) + \frac{(3,2 - 0,2) 10^5}{1000} + \frac{(5,1)^2 - (3,4)^2}{2}$$

$$E_2 - E_1 = 311,74 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 311,74 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Viskozite = Akışkanların kayma direncine yani şekil değiştirmeye karşı göstermiş oldukları dirence denir.

— Dinamik (Mutlak) Viskozite: Diğer adı mutlak viskozitedir. Bir levhayı bir akışkanın üzerinde çektiğimizde oluşan kayma gerilmesini hesaplamak için kullandığımız katsayıya denir.



$$\tau = \mu \cdot \frac{U}{e}$$

kayma gerilmesi

U → levhanın hızı
 e → açıklık
 μ → dinamik viskozite
 $\left(\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right)$

— Kinematik Viskozite: Mutlak viskozitenin yoğunluğa oranına denir

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\frac{N \cdot s}{m^2}}{\frac{kg}{m^3}} = \frac{m^2}{s}$$

Saf su konuşturıldığında viskozitesi değişmez. Ancak su tuzlarla karıştırıldığında viskozite artar, değişir.

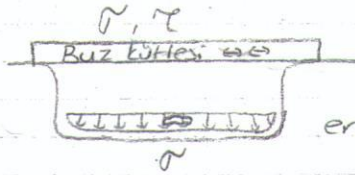
Sıcaklık arttıkça sıvıların viskozitesi azalır. Basınçla çok az değişir.

DURAN (DURGUN) AKIŞKANLAR BASINÇ VE ÖLÇÜMÜ

Akışkan şekil değiştirme ya da akma durumunda değilse

durgun demektir. Durgun akışkan içindeki bir yüzey sadece yüzey normali yönünde gerilme taşır. Akışkan içinde kayma gerilmesi yoktur. Bu nedenle analitik hesapları kolaydır.

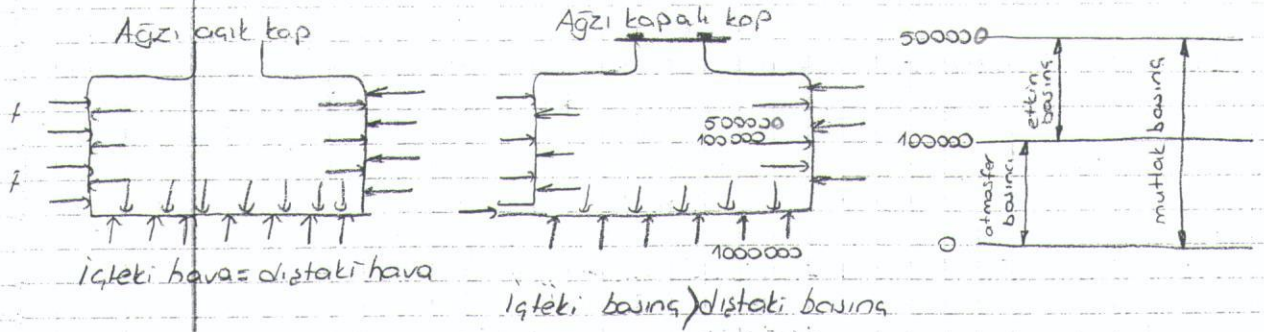
Mutlak (Sott) Basınç: Bir kapalı kap içindeki havayı son molekülüne kadar boşaltığımızı düşünelim. Kap içindeki baskıyı sıfır kabul ederseniz basınç için gerekli olan referans (basıncı) değerine ulaşmış oluruz. Bu değere göre ölçeceğimiz her basınç mutlak basınç olur. Örneğin deniz seviyesinde ve 0°C'de durgun havanın mutlak basıncı 1,013 bar'dır. Bu aynı zamanda standart hava basıncıdır.



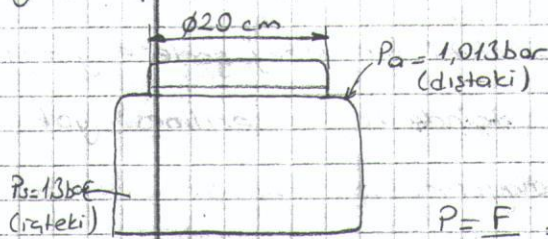
Buz kütesi erir ve kabın şeklini alır. Buz

eridiğinde kayma gerilmesi yoktur. Sadece akma gerilmesi kalır.

Etkin Basınç = Kapalı, açık bir kapın seperlerine dıştan ve içten etki yapan basınçların sıbketleri aynı fakat yönleri ters olduğundan seperleri zorlanmaz. Kapak kapatılır ve içeriye hava basılırsa kap içindeki basınç yükselir. Seperler istediği basınca dıştaki yerel atmosfer basıncının farkı kadar bir etki ile zorlanır. Bu farkta etkin basınç denir. Akışkanlar mekaniğinde genellikle etkin basınç önemlidir. Aksi belirtilmedikçe etkin basınç anlaşılacaktır.



Örn Bir düdüklü tencerenin içindeki mutlak basınç 1,3 bar değerine yükseltildiği zaman 20 cm çapındaki kapaga ne kadar bir kuvvet gerekir?



Kapagi zorlayan basınç;

$$P = P_s - P_a$$

$$= 1,3 - 1,013 = 0,287 \text{ bar} //$$

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A$$

$$= 0,287 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot (0,2)^2}{4} \text{ m}^2$$

1 m²'lik alana 10⁵ N/m² basınca uygulanır.

$$= 901 \text{ N} \approx 92 \text{ kgf} //$$

1 atm'nin altındaki basınca vakum denir.

$$1 \text{ psi} = \frac{1 \text{ lb}}{\text{inch}^2} = \frac{0,450 \text{ kg}}{25,4 \text{ mm}^2}$$

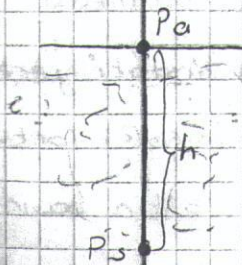
$$1 \text{ Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Örn Bir arabanın tekerlegine 25 psi basınç uygulanmaktadır. Bu pascal cinsinden yazınız.

$$1 \text{ psi} = \frac{0,450 \text{ kg}}{25,4 \text{ mm}^2} = \frac{0,450 \cdot 9,81 \text{ N}}{25,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 18 \cdot 10^{-8} \text{ Pa} //$$

$$25 \text{ psi} = 25 \cdot (18 \cdot 10^{-8}) = 45 \cdot 10^{-7} \text{ Pa} //$$

Durgun Akışkan İçindeki Basınç = Durgun bir akışkanın içi-
deki basınç herhangi bir mutlak basınç;



$$\{P_s = P_a + \rho \cdot g \cdot h\} \text{ olur. Etkin basınç ise yüzeyde}$$

$$\text{sıfır iken derinlerde } \{P = P_s - P_a\} \text{ buradan da } \{P = \rho \cdot g \cdot h\}$$

olur. Bu formülden hareketle basıncı bilinen bir

noktanın derinliği formülü $h = \frac{P}{\rho \cdot g}$ ile bulunabilir

Örn 1,25 bar'lık bir basıncı sağlayan su, yağ ve hava yükseklikleri ($\rho_{su} = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{yağ} = 850 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{hava} = 1,2 \text{ kg/m}^3$)

$$h_{su} = \frac{P}{\rho_{su} \cdot g} = \frac{1,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 12,74 \text{ m} //$$

$$h_{yağ} = \frac{P}{\rho_{yağ} \cdot g} = \frac{1,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}{850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 15 \text{ m} //$$

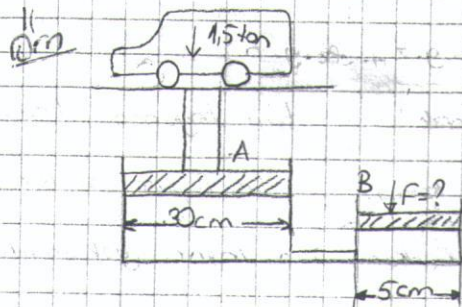
$$h_{hava} = \frac{P}{\rho_{hava} \cdot g} = \frac{1,25 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2}{1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10618 \text{ m} //$$

Örn 50 m yüksekliğindeki bir binanın ilk katı ile son katı arasındaki hava basıncı farkı ne kadardır? ($\rho_{hava} = 1,2 \text{ kg/m}^3$)

$$P = \rho_{hava} \cdot g \cdot h = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 50 \text{ m} = 588,6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \text{ (Pa)}$$

Örn Denizin 10 m derinliğine inen bir kişinin üzerindeki basınç ne kadardır ($\rho_{su} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

$$P = \rho_{su} \cdot g \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 98100 \text{ Pa} //$$



1. Şekildeki hidrolik silindirin üzerindeki arabayı kaldırmak için B noktasına ne kadarlık bir kuvvet uygulanmalıdır?

$$P_A = \frac{F_A}{A} \quad P_B = \frac{F_B}{A} \quad \frac{F_A}{A} = \frac{F_B}{A} \Rightarrow \frac{1500 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{\pi \cdot (0,3)^2} = \frac{F_B}{\pi \cdot (0,05)^2}$$

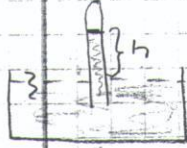
$$P_A = P_B$$

$$F_B = 41,6 \text{ kg f} //$$

BASINÇIN ÖLÇÜLMESİ

f Basınç, manometre ile ölçülür. Basınç ölçerler herhangi bir noktadaki p mutlak basınç ile yörenel atmosfer basıncı arasındaki farkı ölçer.

Civalı Barometre: Açık hava basıncını ölçerler. Bir ucu kapalı bir



cam tüp cıva ile doldurulup ters çevrilerek açık ucu bir cıva haznesine (kabına) daldırılırsa civalı barometre elde edilmiş olur.

Örn

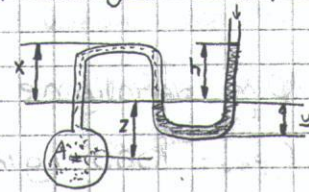
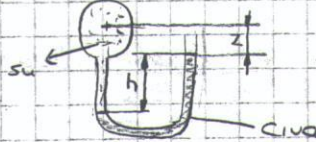
Cıvanın 15°C 'de yoğunluğu $\rho_c = 13560 \text{ kg/m}^3$ olduğuna göre bulun -
 duğu ortamdaki ~~basıncı~~ ^{atmosfer} (atm basıncı) 1 bar ise civalı barometreden ~~cıva~~
~~kaç mm yükseklik okunur?~~ ^{yüksekliğini kaç mm okuruz?}

$$P = \rho_{\text{cıva}} \cdot g \cdot h$$

$$10^5 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right) = 13560 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \cdot 9,81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot h \Rightarrow h = 0,7517 \text{ m} //$$

$$h = 751,7 \text{ mm} //$$

Bir Noktadaki Basıncın Ölçülmesi: Kapalı bir kap içerisindeki basınç la açık hava basıncı arasındaki basıncı ölçmeye denir.



$$P_A - P_B - \rho_s \cdot g \cdot z - \rho_c \cdot g \cdot x + \rho_s \cdot g \cdot x + \rho_c \cdot g \cdot y$$

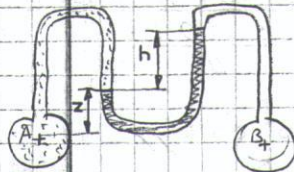
$$P_A - \rho_s \cdot g \cdot z - \rho_c \cdot g \cdot h - P_B = 0$$

$$P_A = \rho_s \cdot g \cdot z + \rho_c \cdot g \cdot h$$

Burada A noktasındaki basıncı bulmak için tüp boyunca basınç lar (+) (-) ifadelerle açık havaya ulaşmaya kadar yazılır. Tüpün bağlan -
 mış olduğu boru atm basıncından etkilendiği için atm basıncı yok sayılır.

İki Nokta Arasındaki Basıncın Ölçülmesi

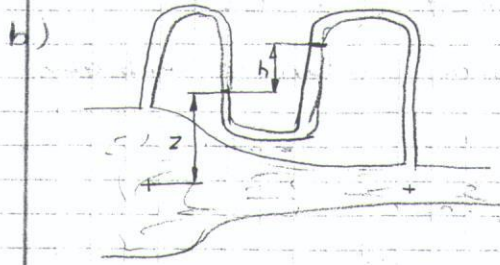
a)



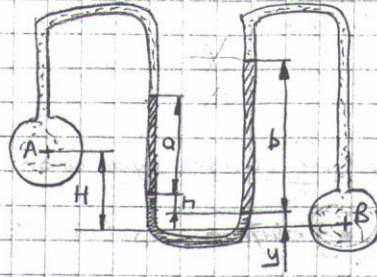
$$P_A - \rho_s \cdot g \cdot z - \rho_c \cdot g \cdot h + \rho_s \cdot g \cdot (h+z) - P_B = 0$$

$$P_A - P_B = \rho_s \cdot g \cdot z + \rho_c \cdot g \cdot h - \rho_s \cdot g \cdot h - \rho_s \cdot g \cdot h$$

$$P_A - P_B = (\rho_c - \rho_s) \cdot g \cdot h$$



Soru: Şekildeki fark basınç ölçeri ile 2 baru içinden al
yapın basınç farkı ölçülmektedir. Basınç farkını m su yüksekliği
olarak bulunuz.



$$\rho_{\text{yağ}} = 0,82$$

$$\rho_{\text{civa}} = 13,56$$

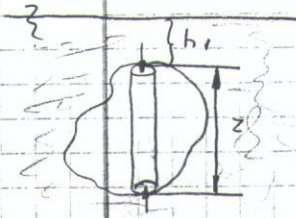
$$\rho_{\text{su}} =$$

$$a = 80 \text{ cm} \quad b = 112 \text{ cm}$$

$$H = 25 \text{ cm} \quad h = 20 \text{ cm}$$

NOT: $\rho_c = 1356 \text{ kg/m}^3 \Rightarrow \rho_c = 13,56 \text{ (civanın yoğunluğu)}$
 $\rho_{su} = 1000 \text{ kg/m}^3$

Dalmış Cisimlere Gelen Kuvvetler: Şekildeki gibi bir dalmış cisim alt ve üst yüzeylerinden birim alan alalım. Bu alanlara etki eden basınç kuvvetleri farkı;



$$F = \rho \cdot g \cdot h_2 \cdot A - \rho \cdot g \cdot h_1 \cdot A$$

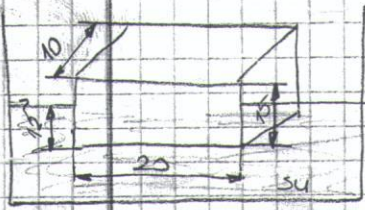
$$F = \rho_{su} \cdot g \cdot \frac{A(h_2 - h_1)}{\text{Hacim}(V)} \text{ olur.}$$

Kaldırma kuvveti, batan kısmın ağırlığı kadardır. Cisme gelen kuvvet kaldırma kuvvetinden fazla ise cisim batmaz.

Buradaki hacim tüm cismin hacmine tutarırsa cisme gelen kaldırma kuvveti cismin hacmini dolduran akışkanın ağırlığına eşittir. Burada kaldırma kuvveti (Arşimed prensibi) denir.

Kaldırma Kuvveti: Akışkan içine daldırılmış bir cisme uygulanan kaldırma kuvveti cismin hacmi kadar akışkanın ağırlığına eşittir. Yan yüzeylerde uygulanan kuvvetler eşit ve zıt yönlü olduğu için daldırılmış bir cisme gelen kaldırma kuvvetinin uygulama noktası, cismin hacim merkezidir.

Örn Şekildeki gibi bir prizma suyun içine bırakılmıştır. Cisim yüzmektedir. Bu cismin ağırlığını bulunuz. (Prizmanın boyutları $20 \times 15 \times 10$, batan kısmın yüksekliği 12 cm'dir)



$$G = F_L = \rho_s \cdot g \cdot V_{\text{batan}}$$

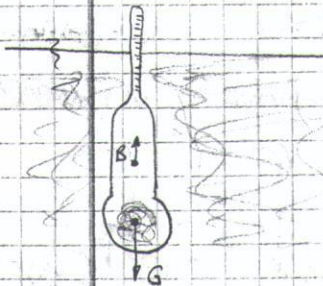
$$= \frac{1000 \text{ kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0.2 \cdot 0.12 \cdot 0.1) \text{ m}^3$$

$$= 23.54 \left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = \text{N} \right) \approx 2.5 \text{ kg}$$

Bir cisim yüzyorsa cismin ağırlığı kaldırma kuvvetine eşittir.

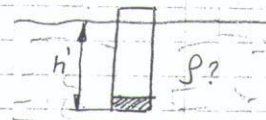
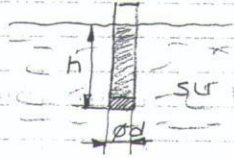
kg isterse N
9.81

Yoğunluk Ölçer (Hidrometre): Sıvının yoğunluğu hidrometreyle ölçülür.



NOT: Batan kısmın hacmi cismin ağırlığına eşittir.

Yoğunluğu bilinmeyen bir sıvının yoğunluğunu hidrometre maddan ölçünüz.



$$G = F_k = \rho_s \cdot g \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{4} \right)$$

$$G = F_k = \rho_1 \cdot g \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2 \cdot h'}{4} \right)$$

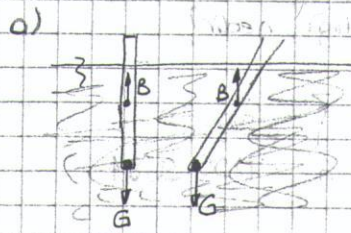
$$\rho_s \cdot g \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2 \cdot h}{4} \right) = \rho_1 \cdot g \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2 \cdot h'}{4} \right)$$

$$\rho_s \cdot h = \rho_1 \cdot h'$$

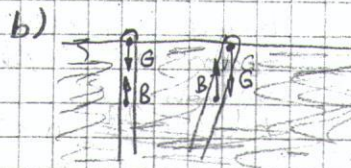
$$\rho_1 = \frac{\rho_s \cdot h}{h'} \Rightarrow \text{Burada } h=10\text{cm}, h'=12\text{cm} \text{ alırsak;}$$

$$\rho_1 = \frac{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\text{cm}}{12\text{cm}} = 833,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

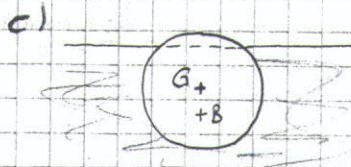
Yüzen ve Dalmış Cisimlerin Dengesi: Atıktan kinde yüzmekte dengede olan cisim, denge konumundan sapabilirliği zamanla 3 farklı rum ortaya çıkar.



Sapma sırasında oluşan moment, cisim tetra konumuna dönme zorlar. Buna kararlı denge verilir. Şekildeki B noktası baton kısmın hacim



Sapma sırasında oluşan moment cisim de konumundan uzaklaştıracak şekilde dengeye Bunu kararsız denge adı verilir.



Sapma sırasında cisim ne ilk konumuna döndürecek ne de ilk konumundan uzaklaştıracak moment oluşmazsa cisim nötr denge konumundadır.



Şekildeki gibi bir kayık düşün

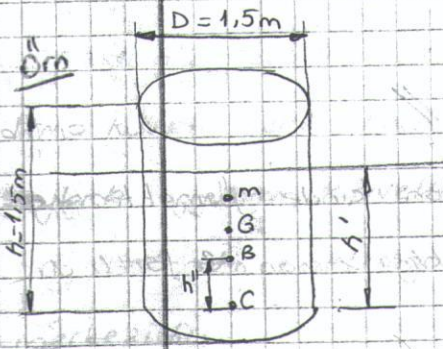
Ağırlık merkezi dalmış kısmı

hacim merkezinin üstünde olsun, Yandan gelecek bir dalga kuvvetinin etkisiyle kayık yan yatsın. Bu durumda ağırlık merkezinin yeri değişmez. Kenar batan kısmın hacim merkezi değişmektedir. Bunun sonucu oluşturan kaldırma kuvveti kayığı tekrar eski haline getirmeye çalışır. Kaldırma kuvvetinin simetri eksenini kestiği noktaya M derseniz denge için M noktasının daima G'den yukarıda olması gerektiği sonucu çıkar. M noktasına kararlılık noktası (metasentr) denir. B-M uzaklığı;

$$BM = \frac{I_y}{V_{\text{baton}}} \text{ formülüyle bulunur.}$$



$I_y \Rightarrow$ Baton hacmin üzerindeki alanın y eksenine göre atalet momenti



Kütlesi 1200 kg (ağırlığı 1200 kgf) olan bir silindir varil dikey obrak su içine bırakılmıştır. Silindirin yüksekliği $h=1.5m$, çapı $D=1.5m$ olduğuna göre;

- Dengenin kararlı olup olmadığını bulunuz.
- Bu silindirin imalatında kullanılan sacın kalınlığı nedir?
- Dalması kısmın yüksekliği:

$$G = F_k = \rho_{\text{su}} \cdot g \cdot A \cdot h = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{\pi \cdot 1.5^2}{4} \cdot h' = 1200 \cdot 9.81$$

$$h' = 0.679m = 67.9 \text{ cm} //$$

Hacim merkezinin tabandan yüksekliği (GC arası);

$$GC = \frac{D}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75m = 75 \text{ cm} //$$

Hacim merkezinin tabandan yüksekliği (baton hacim merkezinin)

$$h'' = \frac{0.679}{2} = 0.3397m$$

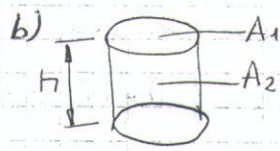
Kararlılık (metasentr) noktası:

$$= 33.97 \text{ cm (B-C arası)}$$

$$BM = \frac{I_y}{V_{\text{baton}}} = \frac{\frac{\pi \cdot D^4}{64}}{\frac{\pi \cdot D^2 \cdot h'}{4}} = 0.20m = 20 \text{ cm} //$$

$$BG = 75 - 33.97 = 41.03 \text{ cm} //$$

M noktası G'nin altında çıktığı için cisim dengesizdir. Yani kararsız dengededir.

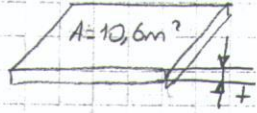


$$\frac{2\pi d^2}{4} + \pi d \cdot h$$

Taban alanları Yanal alanlar

Demirin yoğunluğu
7650 kg/m³

$$A = 2 \cdot \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} + \pi \cdot 1,5 \cdot 0,679 = 10,6 \text{ m}^2 //$$



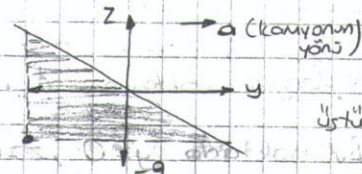
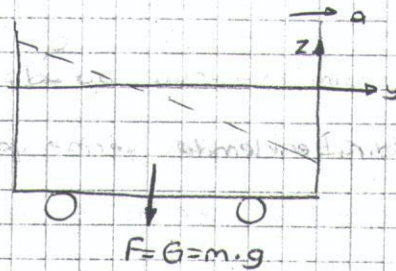
$$G = (\underbrace{t \cdot A}_{\sqrt{\quad}}) \cdot \rho \Rightarrow \frac{1200 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}{10,6 \text{ m}^2 \cdot 7650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \Rightarrow t = 0,14 \text{ m} = 14 \text{ cm} //$$

demirin yoğunluğu

$$\text{Hacim ; } V = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot h \cdot \rho \Rightarrow \frac{\pi \cdot 1,5^2}{4} \cdot 0,679 \cdot 7650 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 20260 \text{ kg} //$$

SABİT İVMELİ ÖTELEME HAREKETİ

Sıvının hacmi: $\pi r^2 h$



İçinde sıvı bul.

Üstü atmosfere açık bir

barın sabit bir a ivmesi.

y yönünde hızlandığını düşünelim. Herhar

bir noktadaki birim kütleye z yönünde yer çekimi kuvveti, y yönünde ise atalet kuvveti etki eder. Bunun dışındaki kağıda diğ. ek bir kuvvet oluşmaz.

$$\begin{aligned} P &= \rho \cdot g \cdot h \\ \delta P &= -\rho \cdot g \cdot dz & \delta P &= -\rho \cdot a \cdot dy \\ P &= -\rho \cdot g \cdot z + C_1 & P &= -\rho \cdot a \cdot y + C_2 \\ P &= -\rho \cdot a \cdot y - \rho \cdot g \cdot z + (C_1 + C_2) \end{aligned}$$

Bu denklem cs basınç yüzeylerinin denklemini verir. C sayı eksen takımının başlangıcına bağlıdır. Bu denklemi yüzey için ol-
turursak şöyle çıkar:

Yüzeyde $P=0$;

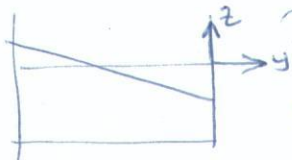
$$0 = -\rho \cdot a \cdot y - \rho \cdot g \cdot z + C$$

$$z = -\frac{\rho \cdot a \cdot y}{\rho \cdot g} + \frac{C}{\rho \cdot g}$$

$$z = -\frac{a \cdot y}{g} + A$$

Eğimi $-\frac{a}{g}$ olan
düz

Not.



~ koordinat
sistemine
göre ivmeler
(-) g ile düşer.

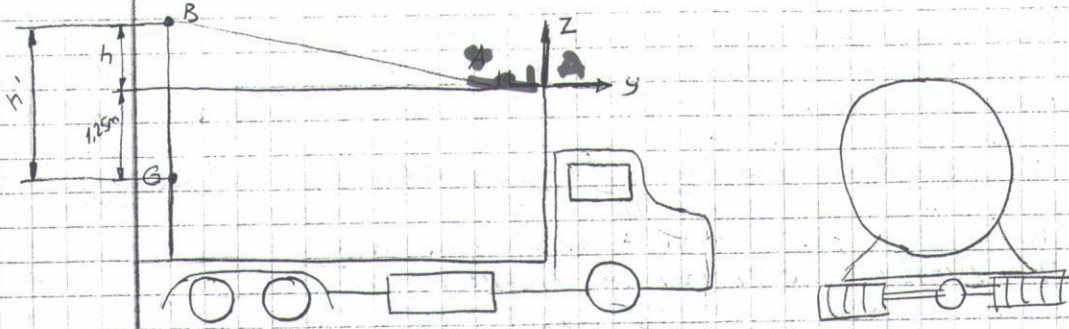
a) $\rightarrow y$
 $\leftarrow -a$

b) $\uparrow z$
 $\downarrow -g$

Ayrıca bir
Förzüm
içinde su
dışarı yata-
r. Kuda -g

Örn. Şekildeki silindirik tankerin uzunluğu $L=8m$, çapı $D=2,5m$

İçerisindeki yağın yoğunluğu $\rho=1,2$ dan bir yağla doldurulmuştur. Tankerin A noktası atmosfere açıktır. Tanker $a=2m/s^2$ bir ivme ile hızlandığına göre arka kapağa gelen basınç kuvvetini ve basınç merkezini bulunuz.



Eksen takımının başlangıç noktasını A noktasını seçersek burada sıvının basıncı $P=0$ olur. Bu noktada $y=0, z=0$ dir. Denkleme yerine yazıp C katsayısını bulalım:

$$P = -\rho \cdot a \cdot y - \rho \cdot g \cdot z + C$$

$$0 = 0 - 0 + C \Rightarrow C = 0 \text{ çıkar.}$$

Denkleminiz $P = -\rho \cdot a \cdot y - \rho \cdot g \cdot z$ olur.

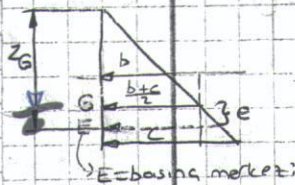
$$y = L = 8m \quad a = 2m/s^2 \quad g = 9,81m/s^2 \quad P_B = 0$$

$$0 = -1200 \frac{kg}{m^3} \cdot 2 \frac{m}{s^2} \cdot (-8m) - 1200 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot h$$

$$h = 1,63m //$$

$$P_G = \rho \cdot g \cdot h' \Rightarrow P_G = 1200 \frac{kg}{m^3} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (1,63 + 1,25)m$$

$$= 33903,36 \frac{N}{m^2} (Pa) //$$



$$F = P_G \cdot A = 33903,36 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{\pi \cdot 2,5^2}{4}$$

$$= 166422 N \approx 16 \text{ ton} //$$

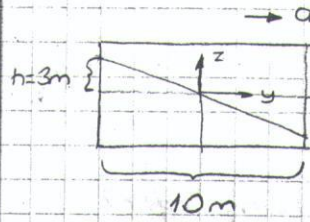
Dalmış bir düzlem yüzeyi üzerine gelen basınç kuvveti ağırlık merkezindeki basınç ile yüzey alanının çarpımına eşittir. Bu kuvvetin uygulama noktası ortalama basıncın bulunduğu G noktası değildir. Bunun altında bir noktadır. Bunun için kuvvetlerin su yüzeyine

göre veya sıvı yüzeyine göre moment alınması gerekir.

$$e = \frac{I_{Gy}}{Z_{G,A}} = \frac{\frac{\pi \cdot D^4}{64}}{Z_{G,A}} = \frac{\pi \cdot 2,5^4}{64} = 0,1356 \text{ m}$$

$$= \frac{(1,63 + 1,25) \cdot \frac{\pi \cdot 2,5^3}{4}}{13,56 \text{ cm}}$$

Arabanın ivmesi;



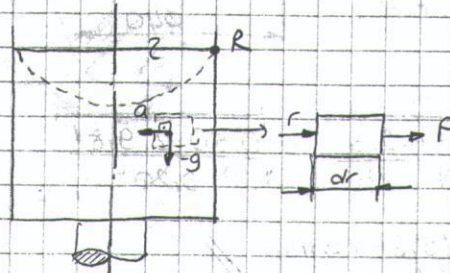
$$P = -\rho \cdot a \cdot y - \rho \cdot g \cdot z$$

$$0 = -\rho \cdot a \cdot \frac{l}{2} - \rho \cdot g \cdot h$$

$$a = -\frac{\rho \cdot g \cdot h \cdot 2}{\rho \cdot l} = -\frac{2 \cdot g \cdot h}{l}$$

$$a = -\frac{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,03 \text{ m}}{0,1 \text{ m}} = -5,8 \text{ m/s}^2 //$$

Zorunlu Dönme (Cebri Vorteks): Akışkanın kütlelerinin sabit bir sen etrafında sabit bir açısal hızla bir ~~tatı~~ çevim gibi dönme hareketine zorunlu dönme adı verilir.



radyal yönde; $\int dP = \int \rho \cdot r \cdot \omega^2 \cdot dr$

$$P = \rho \cdot \omega^2 \int r \cdot dr$$

$$P = \rho \cdot \omega^2 \frac{r^2}{2} + C \Rightarrow \text{Yatay yönde basınç}$$

Düsey yöndeki basınç ise;

$$P = \int \rho \cdot (-g) \cdot dz \Rightarrow P = -\rho \cdot g \cdot \int dz \Rightarrow P = -\rho \cdot g \cdot z + C$$

Yatay yöndeki P ile düsey yöndeki P'nin bileşiminden;

$$P = \rho \cdot \omega^2 \frac{r^2}{2} - \rho \cdot g \cdot z + C$$

Yüzey için basınç;

$$0 = \rho \cdot \omega^2 \cdot \frac{r^2}{2} - \rho \cdot g \cdot z + C \Rightarrow C = 0$$

$$\rho \cdot \omega^2 \frac{r^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z \Rightarrow z = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g}$$

(Renkli kısımdaki noktalar zerindeki yükseklikler; ve

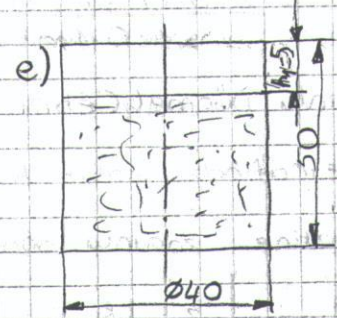
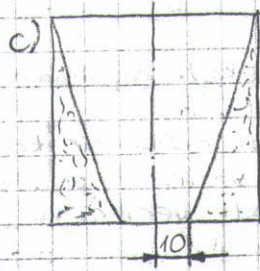
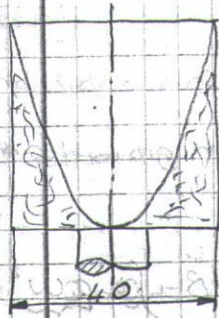
$$P = \rho \cdot g \cdot h \text{ kullanılır.}$$

Örnek Ne kadar su dökülür



Örn Yüksekliği $h=50\text{cm}$, yarıçapı $R=20\text{cm}$ olan ve başlangıçta su ile tamamen dolu olan üstü açık silindirik bir kap eksenî etrafında sabit bir açısal hızla döndürülmektedir.

- Tam orta noktasının kuru kalması için gerekli devri bulunuz.
- Bu durumda kaptan dökülen su miktarını bulunuz.
- Tabanın ortasında 10cm yarıçaplı bir daire oluşması için gerekli devri bulunuz.
- a) sıkkındaki durumda $r=5\text{cm}$ kenar tabandaki basınç nedir?
- Suyun dökülmeden dönebileceği en yüksek devir nedir?

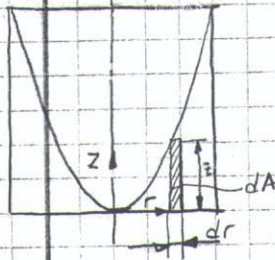


$$a) z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{h \cdot 2g}{r^2}} = \sqrt{\frac{0,50 \cdot 2 \cdot 9,81}{0,20^2}}$$

$$\omega = 15,66 \text{ rad/s} //$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \Rightarrow n = \frac{\omega \cdot 60}{2\pi} = \frac{15,66 \cdot 60}{2 \cdot \pi} = 149,55 \text{ devir/dk} //$$

b) Kural: Bir paraboloidin hacmi içinde bulunduğu silindirin hacminin yarısına eşittir.



$$dA = z \cdot dr$$

$$\int dV = \int 2\pi r \cdot z \cdot dr$$

$$\int dV = \int (2\pi r) \left(\frac{\omega^2 r^2}{2g} \right) \cdot dr$$

$$V = \frac{\pi \cdot \omega^2}{g} \int r^3 \cdot dr$$

$$V = \frac{\pi \cdot \omega^2}{g} \cdot \frac{r^4}{4}$$

ise (taralı kısmın hacmi) parabolün hacmini verir.

$$V = \frac{\pi \cdot 15,66^2}{9,81} \cdot \left(\frac{0,2^4}{4} \right) = 0,03141 \text{ m}^3 //$$

b-

$V = 0,03141 \text{ m}^3$ için ispat yapılır;

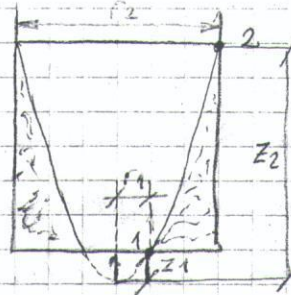
ör

$$\text{Silindrin hacmi; } V_s = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h \Rightarrow \frac{\pi \cdot 0,4^2}{4} \cdot 0,5 = 0,06283 \text{ m}^3$$

$$V = \frac{V_s}{2} = \frac{0,06283}{2} \approx 0,03141 \text{ m}^3 //$$

c-

c)



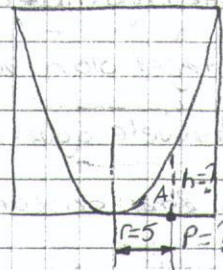
$$z = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g} \quad z_1 = \frac{\omega^2 \cdot r_1^2}{2 \cdot g} ; z_2 = \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{2 \cdot g}$$

$$z_2 - z_1 = h = \frac{\omega^2}{2 \cdot g} (r_2^2 - r_1^2)$$

$$0,5 = \frac{\omega^2}{2 \cdot 9,81} \cdot (0,20^2 - 0,10^2) = 18,08 \text{ rad/s}$$

$$n = \frac{\omega \cdot 60}{2 \cdot \pi} \Rightarrow n = 172,68 \text{ dev/dk} //$$

d)



$$P = \rho \cdot g \cdot h$$

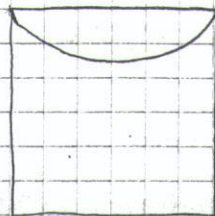
h' i formülle bulalım:

$$z = h = \frac{\omega^2 \cdot r^2}{2 \cdot g} = \frac{15,66^2 \cdot 0,05^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$h = 0,03124 \text{ m} //$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,03124 = 306,46 \text{ N/m}^2 = 306,46$$

e)



Bas kısmın hacmi;

$$V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h' = \frac{\pi \cdot 0,40^2}{4} \cdot 0,05 = 0,00628$$

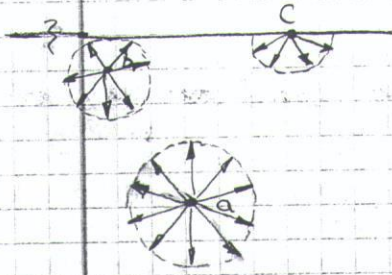
$$V = \frac{\pi \cdot \omega^2 \cdot r^4}{4 \cdot g} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{V \cdot 4 \cdot g}{\pi \cdot r^4}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{0,00628 \cdot 4 \cdot 9,81}{\pi \cdot 0,2^4}} \approx 7 \text{ rad/s} //$$

$$n = \frac{\omega \cdot 60}{2 \cdot \pi} \Rightarrow \frac{7 \cdot 60}{2 \cdot \pi} = 66,28 \text{ dev/dk} //$$

nin

Müzey: Gerilme: Sıvı içerisinde her molekül etrafındaki diğer moleküllerin çekim kuvvetlerinin etkisi altındadır. Bu etki bölgesi moleküller arası ortalama uzaklığın 5-10 katından ileriye gitmez. Şekilde

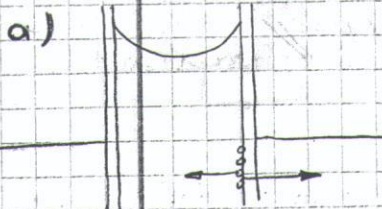


görüldüğü gibi sıvı içindeki A molekülü her taraftan çekildiği için bu moleküle net bir kuvvet gelmez. Bu molekülünün üst kısmında daha az sayıda molekül bulunduğu için üstten daha az çekilir. Açık

yüzeyde bulunan C molekülü ise daha bir kuvvetle içe doğru çekilir. Böylece yüzeyi oluşturan moleküller iç kuvvetlerin etkisi altında olur. Burada hava moleküllerini de hesaba katmak gerekir. Bu moleküller de sıvı yüzeyde etki yapar. Sonuç olarak açık yüzeye teğet olan ve yüzey üzerindeki bir çizgiye etki yaptığı düşünülen kuvvete yüzey gerilme adı verilir. σ ile gösterilir. Birimi N/m 'dir. Bazı akışkanların yüzey gerilmeleri ($20^\circ C$ 'de):

Akışkan	$\sigma (N/m)$
Su-hava	0,0731
Cıva-hava	0,5137
Cıva-su	0,3926

Kılcallık: Kılcallık olayı iç çekim ve dış çekim kuvvetlerinin bir sonucudur. İnce bir cam tüp bir sıvı içine daldırıldığında dış ve iç çekim kuvvetlerinin etkisine bağlı olarak sıvı ya yükselir ya da alçalır.



Cam tüp su içerisine daldırılırsa dış çekim kuvvetleri daha büyük olacağından (camın suya olan çekim etkisi) su cam tüpün dokunduğu yerlerde (çeperlerde) yükselir.

b)

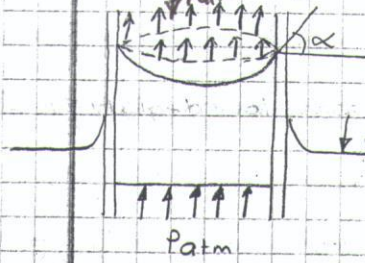


Cıva ile cam arasında iç çekim kuvv.

ri dış çekim kuvvetlerinden daha büyüktür.
Bu nedenle cıva tüp içerisinde alçalır.

Sıvının yükselme veya alçalma miktarı ile yüzey gerilmesi arasında bir bağlantı kurulabilir.

sında bir bağlantı kurulabilir.



$\sum F_y = 0$ (dengesi yaralım)

$$\Rightarrow \underbrace{2 P_{at} \cdot \pi \cdot r}_{\text{Atm.'in ağırlığı}} + \underbrace{2 \pi r \cdot r \cdot \sin \alpha}_{\text{Filenin yukarıya doğru çekimi}} = \underbrace{\pi r^2 \cdot h \cdot \rho \cdot g}_{\text{Akışkanın aşağı doğru ağırlığı}}$$

$$h = \frac{2 \pi r \cdot r \cdot \sin \alpha}{\pi r^2 \cdot \rho \cdot g}$$

$$\Rightarrow h = \frac{2 \cdot r \cdot \sin \alpha}{r \cdot \rho \cdot g}$$

Örn iç çapı 2mm olan temiz bir cam borudan 20°C'de suyun yükselme miktarını bulunuz. Bu cam tüp içerisinde suyun yüzeyi tam bir yarım küre şeklini almaktadır.

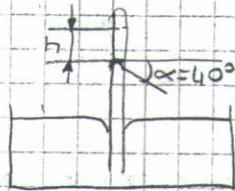
$$h = \frac{2 \cdot r \cdot \sin \alpha}{r \cdot \rho \cdot g} = \frac{2 \cdot 0,001 \cdot \sin 90^\circ}{0,001 \cdot 1000 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2}$$

yarıçap

Tam bir yarımküre olmasıdır getirir.

$$h = 0,0149 \text{ m} = 1,49 \text{ cm} //$$

Örn iç çapı 5mm olan bir cam tüp ile atmosfer basıncı ölçülmektedir. Mercekten cıvanın yüzeyinin profili ölçüldüğünde $\alpha = 40^\circ$ bulunmuştur. Yapılan ölçüdeki hata ~~basınç~~ kaç Pa'dır?



$$h = \frac{2 \cdot r \cdot \sin \alpha}{r \cdot \rho \cdot g} = \frac{2 \cdot 0,0025 \cdot \sin 40^\circ}{0,0025 \cdot 13560 \cdot 9,81}$$

$$h = 0,000198 \text{ m} = 0,198 \text{ cm} \text{ (Kılcaklıktan dolayı)}$$

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow 13560 \cdot 9,81 \cdot 0,000198 \text{ m} = 2,6 \text{ Pa} //$$

daha
düşüklenmiş
oluruz

Sıra Sorusu: Kuru kalen ucu su yüzeyine bırakıldığında batmaya başlayarak batıyor. Neden?

Vize Buraya kadar

DEBİ VE SÜREKLİLİK DENKLEMİ

C HAREKETLİ AKIŞKANLARI (Sürekli ve Belirli Denklemleri)

Sıkıştırılamaz Akışkanlar: Akış esnasında yoğunluğun değişmediği her noktada aynı kaldığı akışlara denir.

Sıkıştırılabilir Akışlar: Akış esnasında yoğunluğu ihmal edilemeyecek mertebede değiştiği akışlara denir.

Sürekli (Daimi) Akışlar: Akışkanın her noktasında akış büyüklüklerinin (V, T, P, ρ) zamanla değişmediği akışlara denir.

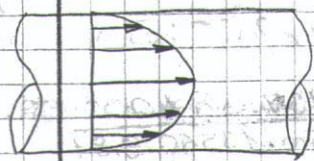
Sürekli (Daimi) Olmayan Akışlar: Akış büyüklüklerinin zamanla değiştiği akışlara denir.

Bir su pompası ilk çalışmaya başladığında kısa bir süre akış daimi değildir. Akış rejim (sürekli) haline vardığında su miktarı ve diğer büyüklükler yaklaşık olarak sabit kalır. Pompanın dönme hızı değişirse akış daimi olma özelliğini kaybeder.

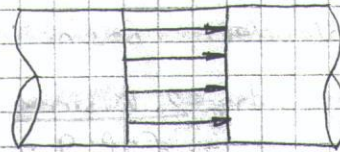
Eşlenik (Uniform) Akışlar: Ortalama hızın her kesitte aynı olduğu akışlara denir.

Eşlenik (Uniform) Olmayan Akışlar: Ortalama hızın bir kesitten diğerine değiştiği akışlara denir.

Bir boru içinde çepere doğru yarıştıkça hız düşer ve tam çepere sıfır olur. Ancak borularda ortalama bir hız alınarak hesap yapılır.



Gerçek hız dağılımı



Ortalama hız

(Katmanlı akışlar): Çepere doğru akış hızı parabolik bir hız profiline sahiptir. Ortalama hız $V = \frac{U_{max}}{2}$ şeklindedir.

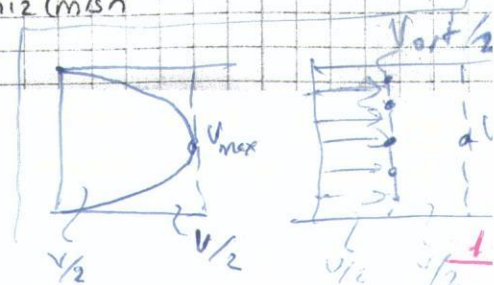
Debi (Verdi): Daimi bir akışta belirli bir kesitten birim zamanda geçen akışkan hacmine denir. $\dot{Q}$ ile gösterilir. Birimi: m^3/s 'dir.

$$\dot{Q} = \bar{V} \cdot A$$

$A \Rightarrow$ kesit (m^2)

$\dot{Q} \Rightarrow$ debi (m^3/s)

$\bar{V} \Rightarrow$ Ortalama hız (m/s)



Uzunluk 10 m Alın 100 mm Hacim 100 mm $\downarrow$ $h \cdot A$ $q_{\text{garp.}}$

Örn İç çapı 200 mm olan bir borudan saniyede 30 lt su akmaktadır. Çaptan geçen ortalama hızı bulunuz.

$$\dot{Q} = \bar{V} \cdot A$$

çet

$$\bar{V} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\frac{\pi \cdot 0,2^2}{4} \text{ m}^2} = 0,955 \text{ m/s} //$$

g)

Örn Dairesel kesitli borulardaki katmanlı akıslarda hız dağılımını belirlemek için bilinmemektedir. Bir barajda türbinlere su 5 m çapındaki borulara taşınmaktadır. Bu borunun tam ortasında hızı 8 m/s ölçülmüştür. Türbine akan suyun ortalama hızı ve debisini bulunuz.

Ortalama hızı bulalım:

Ortalama hız; hacimden (debi) veya parabol hızıyla hesaplanabilir.

Debi ile bulunursa;

$$\dot{Q} = \bar{V} \cdot A = \int \bar{V} \cdot dA$$

$$dA = 2\pi r dr$$

$$\dot{Q} = \bar{V} \cdot \pi R^2 = \int_0^R \bar{V} \cdot 2\pi r dr$$

$R \Rightarrow$ Borunun yarı çapını gösterir. Sayıdır.

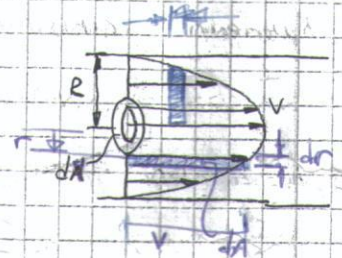
$\bar{V}$ hızını bulalım: ($\bar{V}$ değişkendir, R yarıçapına göre yazılır.)

$\bar{V} = a \cdot r^2 + b$ (Sınır şartlarından a ve b bulunur)

$r=0$ için $\bar{V} = V_{\text{max}}$ $b = V_{\text{max}}$ çıkar.

$r=R$ için $\bar{V} = 0$ $a = -\frac{V_{\text{max}}}{R^2}$

$$\bar{V} = -\frac{V_{\text{max}}}{R^2} \cdot r^2 + V_{\text{max}}$$



$$\dot{Q} = \int_0^R \left(-\frac{V_{\text{max}}}{R^2} \cdot r^2 + V_{\text{max}} \right) \cdot 2\pi r dr = \int_0^R \frac{2V_{\text{max}}}{R^2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) r dr$$

$$= \frac{2V_{\text{max}}}{R^2} \left(\int_0^R r dr - \frac{1}{R^2} \int_0^R r^3 dr \right) = \frac{2V_{\text{max}}}{R^2} \left[\left(\frac{r^2}{2} \right) \Big|_0^R - \left(\frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^R \right]$$

$$= \frac{2V_{\text{max}}}{R^2} \left[\frac{R^2}{2} - \frac{1}{4} \cdot \frac{R^4}{R^2} \right] = \frac{2V_{\text{max}}}{R^2} \left(\frac{R^2}{4} \right) \Rightarrow \bar{V} = \frac{V_{\text{max}}}{2}$$

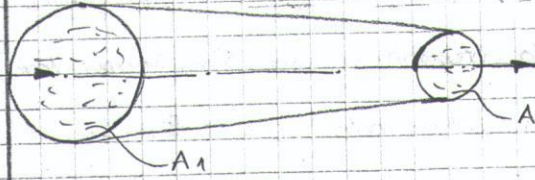
FORMÜL

Soruya geri dönerset;

$$\bar{V} = \frac{V_{\max}}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ m/sn} //$$

$$\dot{Q} = \bar{V} \cdot A = 4 \text{ m/sn} \cdot \frac{\pi \cdot 5^2}{4} = 78,5 \text{ m}^3/\text{sn} //$$

Süreklilik Denklemi: Şekildeki gibi bir boruyu ele alalım. Burada akışkan sıkıştırılmaz olması halinde boruya giren kütle miktarı A_2 ile çıkan kütle miktarı eşit olmak zorundadır.

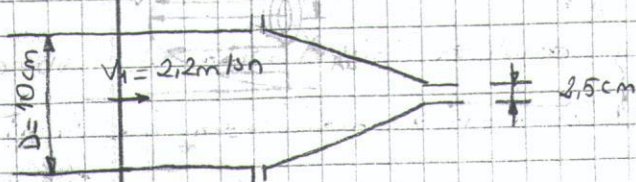


$$\rho_1 \cdot \bar{V}_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot \bar{V}_2 \cdot A_2 \quad (\text{Akışkan sıkıştırılmadığından } \rho_1 = \rho_2 \text{ olur})$$

$$\bar{V}_1 \cdot A_1 = \bar{V}_2 \cdot A_2$$

Uygulamada genellikle ortalama hız yerine doğrudan doğruya hız diye söz edilir. O zaman süreklilik denklemi; $\{ \bar{V}_1 \cdot A_1 = \bar{V}_2 \cdot A_2 \}$ şeklin de gösterilir. Burada hızların ortalama hız olduğunu unutmayalım.

Örn 10 cm çapındaki bir itfaiye hortumunun ucuna 2,5 cm çapında bir hüme takılmıştır. Hortumun içindeki suyun hızı 2,2 m/sn ise hümenin çıkışındaki hızı ne kadardır?



$$\bar{V}_1 \cdot A_1 = \bar{V}_2 \cdot A_2$$

$$2,2 \frac{\text{m}}{\text{sn}} \cdot \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \text{ m}^2 = \bar{V}_2 \cdot \frac{\pi \cdot 0,025^2}{4} \text{ m}^2$$

$$\bar{V}_2 = 35,2 \text{ m/sn} //$$

BERNOULLI DENKLEMİ



1 ve 2 noktaları aynı akış çizgisi üzerinde olmak üzere bu 2 nokta arasında birim kütlenin sahip olduğu enerjiyi (özellik enerjisi) eşit kabul ederssek şu denkleme yazabiliriz:

$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

Bu denklem;

- a-) Akış daimi ve sıkıştırılamaz olduğunda;
- b-) Sürtünme ve kayıpların olmadığı durumda;
- c-) Dış kuvvet olarak yalnız ağırlık kuvvetlerinin etkisi bulunduğu
- d-) İki noktada aynı akış çizgisi üzerinde bulunduğu durumda geçerli

Birimi; $\frac{Nm}{kg} = \frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}$ dir.

$g \cdot z$ Terimi: Bu ifade akışkan parçasının birim kütlesinin herhangi bir referans düzlemine göre sahip olduğu potansiyel enerjiyi gösterir. Referans düzlemi burada tamamen keyfi seçilebilir. Sonuç değişmez.

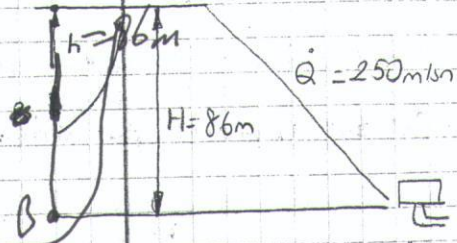
P/ρ Terimi: Akışkan parçasının 1 ve 2 noktası arasında ilerlediği zaman basınç kuvvetinin birim kütle üzerinde yaptığı işi gösterir. Basınç kuvvetinin iş yapabilmesi için akışkanın yer değiştirmesi gerekir.

$V^2/2$ Terimi: Akışkanın parçasının birim kütlesinin kinetik enerjisi.

Bernoulli denklemine göre bir akım çizgisi boyunca birim kütlenin yüksekliği, hızı ve basıncı dolayısıyla sahip olduğu toplam iş yapma yeteneği ~~kütlesi~~ ^{yada} özgül enerjisi sabit kalmaktadır. Bernoulli denklemindeki terimler toplam sabit kalmak üzere akış boyunca değere uğrayabilir. Yükseklik kaybeden akışkanın basıncı veya hızı artabilir. Yatay bir akışkan hızlanırken, halinde hızı arttıkça basınçta düşme görülür. Kısaca ^{bu terimlerin} toplamı sabit kalacaktır.

kilde ~~birbirlerinden~~ biri diğere dönüşebilir.

Örn



Şekildeki gibi bir barajın açık yüzeyi bir ~~Türbinlere göre~~ referans düzlemine göre yüksekliği $H=86\text{ m}$ 'dir.

~~ve 8 noktasına noktası~~ a) A noktası ile 8 noktası arasındaki Δz

ölçül enerji ~~leri~~ bulunuz.

b) Suyun bu enerjisi $Q=250\text{ m}^3/\text{s}$ lik debi ile türbinlere hiçbir kayba uğramadan güçle dönüştürülebilseydi santralin gücü ne olurdu?

$$a) E_A = g \cdot z_A + \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2}$$

$$= 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 86\text{ m} + 0 + 0 = 843,66 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J/kg} //$$

$$E_B = g \cdot z_B + \frac{P_B}{\rho} + \frac{V_B^2}{2}$$

$$= g \cdot (H-h) + \frac{\rho \cdot g \cdot h}{\rho} \cdot 0 = g \cdot H - g \cdot h + g \cdot h$$

$$\Rightarrow g \cdot H = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 86\text{ m} = 843,66 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{J/kg} //$$

Barajdan anlaşılacağı gibi referans alınan bir yüzeye göre (ki b yüzey istenildiği şekilde keyfi seçilir) suyun her noktasındaki ~~gölge~~ özgül enerjisi aynıdır. Yüzeydeki potansiyel enerji derinliklerde basınç enerjilerine kendisini gösterir.

b) Suyun her kg'ı $g \cdot H$ kadar özgül enerjiyi türbine bırakacaktır. Birim zamanda geçen kütleli debiyle çarparsak gücü bulunuruz.

$$\text{Güç} = [\text{Kütleli debi}] \times [\text{Özgül enerji}]$$

$$P = [\rho \cdot Q] \cdot [g \cdot H]$$

$$= 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 250 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 86\text{ m}$$

$$P = 210915000 \text{ Nm/s}$$

$$= 210,95 \text{ kW} //$$

$$F = m \cdot a$$

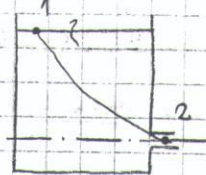
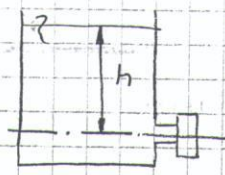
$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{kg} = \frac{N \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$= \frac{N \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^2}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

$$= \frac{Nm}{\text{s}}$$

Hazne Çıkışları: Şekilde görüldüğü gibi üst kısmı atmosfere açık sıvı dolu bir kabın seperindeki delik önce tapa ile kapalı olsun. Referans alınan bir düzleme göre yüzeyde özgül enerji $g \cdot H$ olur. Katı tarafındaki özgül enerjiler aynı olacağına göre $g \cdot H$ büyüklüğüne eşittir.



Havaya açık olan her yüzey basıncı sıfırdır.

Tapa çıkarıldığında su 2 noktasında V hızıyla akan bir h (püskürtme) oluşturur. Buradaki etkin basınç sıfır olur. Sadece kinetik enerji vardır. 1 ve 2 noktalar arasında Bernoulli denklemini yazalım.

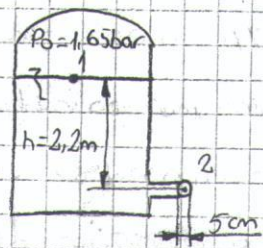
$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

$z_1 = h \quad P_1 = 0 \quad V_1 = 0 \quad z_2 = 0 \quad P_2 = 0 \quad V_2 = ?$

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \text{ olur.}$$

Sürtünme kayıpları nedeniyle çıkıştaki hız bu değerden küçüktür.

Ör. Kısmen su ile dolu olan kapalı bir haznenin üst tarafındaki basınç 1,65 bar'dır. Hızme çıkışındaki hızı, debiyi ve gücü bulunuz.



1 ve 2 noktalar arasında Bernoulli denklemini yazarsak;

$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

$h = z_1 = 2,2 \quad P_1 = 1,65 \quad V_1 = 0 \quad z_2 = 0 \quad P_2 = 0 \quad V_2 = ?$

$$V_2 = \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot h + \frac{P_1}{\rho} \right)} = \sqrt{2 \cdot \left(9,81 \cdot 2,2 + \frac{1,65 \cdot 10^5}{1000} \right)}$$

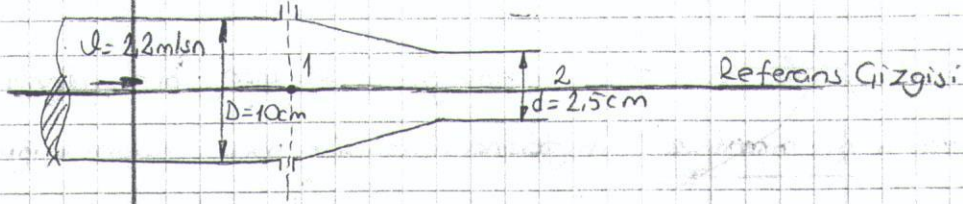
$$V_2 = 19,32 \text{ m/s}$$

$$\text{Debi} = \text{Alan} \times \text{Hız}$$

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot 0,05^2}{4} \cdot 19,32 = 0,0379 \text{ m}^3/\text{sn} = 37,9 \text{ lt/sn} //$$

$$P = \rho \cdot \dot{Q} \cdot \left[\frac{V_2^2}{2} \right] \Rightarrow 1000 \cdot 0,0379 \cdot \frac{19,32^2}{2} = 7,1 \text{ kW} //$$

Öm Şekildeki püskürtücünün giriş kesitindeki basıncını bulunuz.



Süreklilik denkleminde ; (Giren debi = Çıkan debi)

$$\dot{Q}_1 = \dot{Q}_2$$

$$A_1 \cdot V_1 = A_2 \cdot V_2 \Rightarrow \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 2,2 = \frac{\pi \cdot 0,025^2}{4} \cdot V_2$$

$$V_2 = 35,2 \text{ m/sn} //$$

Bernoulli denklemini yazabilmek için referans çizgisi belirlemeliyiz:

$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

Toplam enerji (özgül enerji)

$$\Rightarrow \frac{P_1}{1000} + \frac{2,2^2}{2} = \frac{35,2^2}{2}$$

$$\therefore P_1 = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{2} (35,2^2 - 2,2^2) \left(\frac{\text{m}}{\text{sn}} \right)^2 = 6,17 \text{ bar} //$$

SIFON VE BOŞLUM (KAVİTASYON) OLAYI



Şekildeki gibi bir ucu basaltılmasın istenen yere konulmuş diğer ucu sıvı seviyesinden daha aşağıda bırakılır. fare açık kuvvet borulara sifon adı

verilir. 2 noktasındaki hızı bulmak için 1 ve 2 noktalar arasında

Bernoulli denklemini uygulayalım:

$$\underbrace{g \cdot z_1}_{z_1=h} + \underbrace{\frac{P_1}{\rho}}_{P_1=0} + \underbrace{\frac{V_1^2}{2}}_{V_1 \approx 0} = \underbrace{g \cdot z_2}_{z_2=0} + \underbrace{\frac{P_2}{\rho}}_{P_2=0} + \underbrace{\frac{V_2^2}{2}}_{V_2=?} \Rightarrow V_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

A noktasındaki basıncı bulalım: (A noktasında basınç düşüyor)
Öncelikle 1 ve A noktaları arasında Bernoulli denklemini oluştururuz.

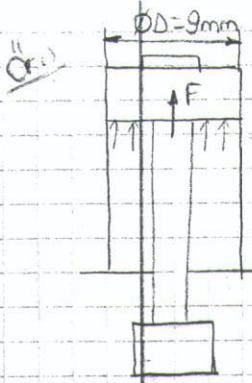
$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = g \cdot z_A + \frac{P_A}{\rho} + \frac{v_A^2}{2}$$

$z_1 = h$ $P_1 = P_{atm}$ $v_1 \approx 0$ $z_A = h + h'$ $P_A = ?$ $v_A = v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$

$$P_A = \cancel{g \cdot h} - g \cdot (h + h') + \frac{P_{atm}}{\rho} - \frac{(\sqrt{2gh})^2}{2}$$

$$P_A = -g \cdot (h + h') + \frac{P_{atm}}{\rho}$$

1 ve 2 noktalarında basınç etkin basıncıdır. Yani sıfır.
Burada mutlak basınç 1 atm'dir. 1 noktasından itibaren yükseldikçe boru içerisinde basınç azalır ve A noktasında en az seviyeye düşer. Daha sonra tekrar basınç yükselerek 2 noktasında 1 atm yerine çıkar. Buradan anlaşılacağı üzere boru içerisinde daima ~~1 atm'den~~ ^{daha} düşük basınç ^(vakum) bulunur. Burada h artifisyal siki hız ~~artacaktır~~ ^{ulaşılabilir}. A noktasında ^{mutlak olarak} en son basınç $P_A = 0$ olur. Bundan sonra h 'in daha fazla arttırılması basıncı değiştirmeyeceğinden P_A da değişmeyecektir. Gerçek hayatta olay bu şekilde olmaz. Su buharlaşma basıncı altına düşmesi o kesitte ^{su} kaymaya başlaması neden olur. Kaynayan su bir anda gaz haline geçip o bölgede nispeten bir hacim oluşturur. Gaz halindeki su, etrafındaki su ile sağa doğru inmeye başlar. Aşağıya indikçe basınç artacağından buhar tekrar hızlı bir şekilde ~~tekrar~~ sıvı hale dönüşür. Birden yavaşlayan tabakalar etrafındaki sıvının çok yüksek hızlarda buhar hacme dolmasına neden olur. Bu yüksek hız çeperlerden 1000-2000 bar seviyesinde basınca neden olur. Bu kadar yüksek basınca su kalan malzeme uzun süre dayanamaz. Bu olaya BOŞLUM (KAVİTASYON) denir. Kaviteasyon olayının etkisi altında kalan çeper entalpi etkisiyle kırılabilir. Kırılma sonucu oluşan parçacıkların hızla hareket etmesi nedeniyle oluşan ses ve titreşimden dolayı yapılmış olsa bile kısa sürede delik desik olur.



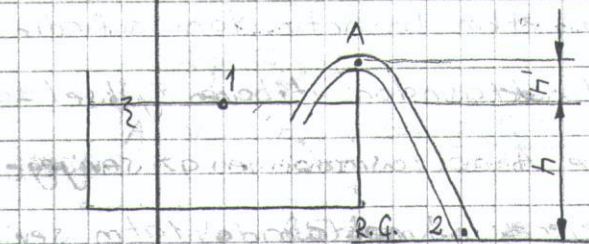
Sifonanın aşağıya inmesi için ne kadarlık kuvvet gerek

$$P = \frac{F}{A}$$

$$F = P \cdot A = 100000 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{\pi \cdot 0,009^2}{4} m^2$$

$$F = \frac{6,35}{9,81} N = 0,648 kg = 648 gr //$$

Örn Şekildeki sifonda boşum olayının görülmemesi için $h+h'$ mesafesinin en fazla ne kadar olması istenir?



Boşum olayı, buharlaşma basıncına ulaşıldığında meydana gelir. Buna göre A noktasındaki buharlaşma basıncına P_{bA} dersek A noktası ile 2 noktası arasında

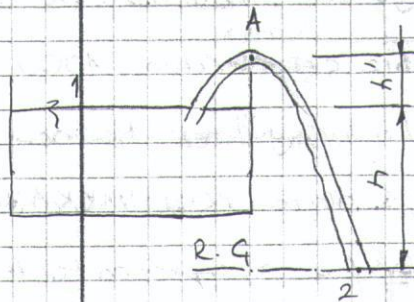
da Bernoulli denklemini yazabiliriz.

$$g \cdot Z_A + \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2} = g \cdot Z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

$(Z_A = h+h') \quad P_A = P_{bA} \quad V_A = V_2 \quad Z_2 = 0 \quad P_2 = P_{atm} \quad V_2 = V_A$

$$Z_A = (h+h') = \frac{P_2 - P_A}{\rho \cdot g} = < \frac{P_{bA} - P_{atm}}{\rho \cdot g} \quad \left(\begin{array}{l} \text{Boşum olayının olmaması için} \\ \text{şın formül bu şekilde olmalıdır} \end{array} \right.$$

Örn Suyla çalışan bir sifonun bulunduğu yerdeki ortam hava basıncı 0,925 bar, ortam sıcaklığı $40^\circ C$ dir. $h' = 1,85 m$ olduğuna göre boşum olayının görülmemesi için h yüksekliği en çok kaç olmalıdır? ($40^\circ C$ 'de buharlaşma basıncı 0,0738 bar'dır)



Boşum olayının görüleceği en düşük basınç olan A noktası ile 2 noktası arasında Bernoulli denklemini yazmalıyız. Bu denklemi kullanırken basınçları mutlak almalıyız.

perelldir?

$$g \cdot z_A + \frac{P_A}{\rho} + \frac{V_A^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

$z_A = h + h' \quad P_A = P_B = 7380 \text{ Pa} \quad V_A = V_2 \quad z_2 = 0 \quad P_2 = P_{\text{atm}} = 92500 \text{ Pa} \quad V_2 = V_A$

$$9,81 (h + 1,85) + \frac{7380}{1000} = \frac{92500}{1000}$$

$$h = 6,82 \text{ m} //$$

Hüsnüye
Özgelik

esinin

SÜRTÜNME KAYIPLARI



Bir akışkan bir ^{boru} kabın içinde

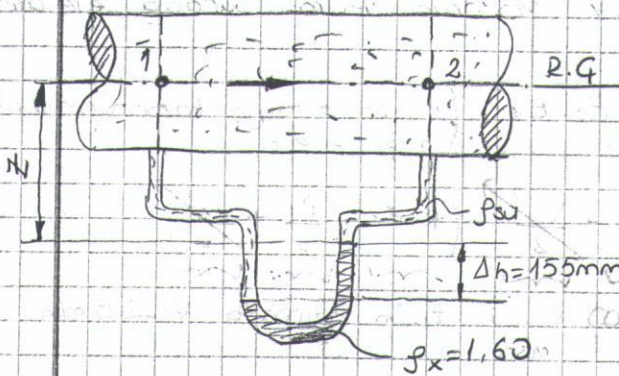
ken şerhlerle kendi arasında

sürtünmeler nedeniyle enerji ka

na ^{verir} ~~neden~~ Bu kaybolan enerji Bernoulli denkleminde $z_{1,2}$ linde eklenir.

$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} + z_{1,2}$$

Örnek Şekildeki yatay boruda 1 ve 2 noktalarındaki basınçları basınç ölçerdeki ^{yükseklik} ~~yükseklik~~ farkı 155 mm'dir. Borudan su ^{akıyor} ~~akıyor~~ ^{akıyor} Basınç ölçerdeki ^{su} ~~su~~ ^{su} yoğunluğu 1,60 olduğuna göre ^{boru} ~~boru~~ ^{boru} kanın birim kütleşinin uğradığı enerji kaybını bulunuz. Bu enerji kaybı 1 m'lik yükseklik için ne kadardır?



$$g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} = g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2}$$

$z_1 = 0 \quad P_1 = P_2 \quad V_1 = V_2 \quad z_2 = 0 \quad P_2 = P_1 \quad V_2 = V_1$

$$z_{1,2} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{su}} \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$$P_1 + \rho \cdot g \cdot z + \rho_{su} \cdot g \cdot \Delta h - \rho \cdot g \cdot \Delta h - \rho_{su} \cdot g \cdot z - P_2 = 0$$

$$P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot \Delta h - \rho_{su} \cdot g \cdot \Delta h = (\rho - \rho_{su}) \cdot g \cdot \Delta h$$

$$= \left(1600 \frac{kg}{m^3} - 1000 \frac{kg}{m^3} \right) \cdot 9,81 \frac{m}{sn^2} \cdot 0,155 m = 912 \text{ Pa} \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

Özet: Bir yerleşim yeri su potansiyel borudaki toplam yük kaybının 11,90 m olduğu hesaplanmıştır. Borudan sağda 300 l su akıp gide göre sürtünmelerin sebep olduğu ^{enerji} ~~enerji~~ ^{enerji} kaybını bulunuz. Çözüm Birim kütle ^{enerji} ~~enerji~~ ^{enerji} kaybı $z_{1,2}$ ve birim zamanda geçen su kütlesi $\rho \cdot Q$ olduğuna göre ^{enerji} ~~enerji~~ ^{enerji} $P_k = \rho \cdot Q \cdot z_{1,2}$ olur. $H = \frac{z}{g} + \text{enerji kaybı}$ ^{enerji} ~~enerji~~ ^{enerji} $P_k = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H$

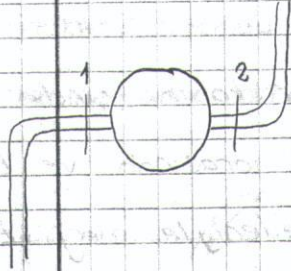
$$z_{1,2} = \frac{P_1 - P_2}{\rho_{su}} = \frac{912 \left(\frac{N}{m^2} \right)}{1000 \left(\frac{kg}{m^3} \right)} = 0,912 \frac{J}{kg} //$$

$$H = \frac{z_{1,2}}{g} = \frac{0,912 \left(\frac{J}{kg} \right)}{9,81 \left(\frac{m}{s^2} \right)} = 0,092m //$$

(1 m'lik enerji kaybı için yükseltilik)

Enerjinin m cinsinden ifadesidir.

Pompa ve Tübinin Özgöl Enerjisi:



Pompa; mekanik enerjiyi içinden geçen akışkana verir. Tübin; içinden geçen akışkanın enerjisini alır ve mekanik enerjiye dönüştürür. Her 2 makina kinde Bernoulli

denklemini kullanarak özgöl enerjisini bulabiliriz.

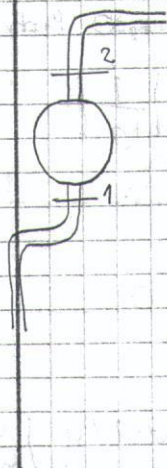
$$\left\{ \begin{aligned} \text{Pompanın ve tübinin özgöl enerjisi} &= E_2 - E_1 \\ E_2 - E_1 &= g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \left(g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} \right) \end{aligned} \right\}$$

$$E_T = E_2 - E_1$$

Örn Bir su pompasının emme flansındaki değerler; $z_1 = 2m$, $P_1 = -0,4 \text{ bar}$, $V_1 = 2,95 \text{ m/s}$, basma flansındaki değerler; $z_2 = 2,45m$, $P_2 = 2,6 \text{ bar}$, $V_2 = 2,95 \text{ m/s}$ dir.

- Pompanın özgöl enerjisini ve basma yüksekliğini bulunuz.
- Pompanın debisi $Q = 23 \text{ l/s}$, verimi $\eta = 0,70$ olduğuna göre bağlanması gereken motor gücünü bulunuz. (Motorun verimi burada ele alınmayacak.)

a) Pompanın özgöl enerjisi: $E_2 - E_1$ (Pompanın suya kazandırmış olduğu enerji)



$$= g \cdot z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V_2^2}{2} - \left(g \cdot z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V_1^2}{2} \right)$$

$z_2 = 2,45m$ $P_2 = 260000 \text{ Pa}$ $V_2 = 2,95 \text{ m/s}$ $z_1 = 2m$ $P_1 = 40000 \text{ Pa}$ $V_1 = 2,95 \text{ m/s}$

$$= 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2,45m + \frac{260000 \text{ N/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} - \left(9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2m + \frac{40000 \text{ N/m}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)$$

$$= 9,81 (2,45 - 2) + \left(\frac{260000 - 40000}{1000} \right) = 304,4 \frac{J}{kg}$$

$$\rightarrow P_k = \rho \cdot Q \cdot g \cdot H = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,3 \text{ m}^3/s \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 11,9 \text{ m}$$

$$P_k = 35000 \text{ W} = 35 \text{ kW}$$

$P_1 = -0,4$ (Buradaki $(-)$ işareti vakum olduğunu gösterir. Mutlaka
sıvı geçtiğimizde $(-)$ işareti olmaz.

sin)

Basma yüksekliği;

$$H = \frac{y}{g} = \frac{304,4 \text{ m/s}^2}{9,81 \text{ m/s}^2} = 31 \text{ m} //$$

b) $\underline{P} = \rho \cdot \dot{Q} \cdot E \Rightarrow \underline{P} = \rho \cdot \dot{Q} \cdot y$

gelen
akış

$$\underline{P} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10,023 \frac{\text{m}^3}{\text{sn}} \cdot 304,4 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = 7001,2 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{sn}} //$$
 (motor

erjiye
dönüştür

$$P_{\text{mil}} = \frac{P}{\eta} = \frac{7001,2}{0,70} \approx 10000 \text{ Watt} = 10 \text{ kW}$$

0,4 bar,

ör

hag

2.1e alın

icinde ol-

5 m/s

$$\left(\frac{10000 \text{ Nm}^2}{1000 \text{ kg/m}^3} \right)$$

$$I = \frac{m^2}{\text{kg} \cdot \text{sn}^2} //$$