DİNAMİK (4.hafta)

İKİ PARÇACIĞIN BAĞIMLI MUTLAK HAREKETİ (MAKARALAR)

Bazı problemlerde bir cismi hareket ettirdiğimizde ona halatla bağlı başka bir cisimde farklı bir konumda hareket edebilir. Bu iki cismin hareketi birbirine bağlı harekettir ve haeket ettikleri sabit şasi üzerinde hareket gerçekleşir. Dolayısı ile şase üzerindeki herhangi bir referans noktasına göre konumları her an belirlenebilir. Bu nokta aşağıdaki şekilde O noktası olabilir. Fakat konum denklemini belirlemenin daha kolay bir yolu vardır. İki cisim arasındaki ipin boyunu temsil eden parçalar bir araya gelirse konum denklemini oluşturur. Bu denklem üzerindeki değişmeyen mesafeler istenirse yazılmaz. Yazılsada zaten bir sonraki aşama olan hız denkleminde bunlar sıfır olacaktır. Konum denklemi bir kez oluşturulduktan sonra bunun birinci türevi hız denklemini ve ardından ikinci türevi ivme denklemini verecektir.

Örneğin aşağıdaki şekilde A kütlesi hareket ettiğinde ona iple bağlı B kütleside hareket edecektir. Konum denklemini ipin boyu üzerinden (l) aşağıdaki şekilde olacaktır. Bu denklem bize A cisminin herhangi sabit bir noktaya göre ne kadar uzaklıkta olduğu verilirse, aynı noktaya göre B cisminin ne kadar mesafede olduğunu verir.

$$s_A + l_{CD} + s_B = l$$

Denklemi daha basit kullanmak için hareket esnasında boyu değişmeyen parçalar yazılmaya bilir. Bu durumda bu parçalar olmadan ipin boyu denklem sonuna yazılmalıdır. O zaman denklem şu şekilde olur.

$$\boxed{s_A + s_B = l}$$

Bunun bir kez daha türevi alınırsa hız denklemini buluruz. Türev alırken sabit olan uzunluklar sıfırlanacaktır. Değişken olan uzunlukların türevi alınabilecektir. Burada s_A, s_B değişken ve l_{CD}, l sabittir. Buna göre;

$$\frac{ds_A}{dt} + \frac{ds_B}{dt} = 0$$

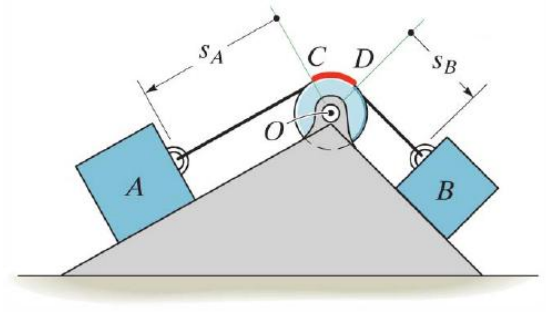
ve buradan hız denklemi

$$\boxed{v_A + v_B = 0}$$

Denklemin bir kez daha türevi alınırsa ivme denklemi ortaya çıkacaktır.

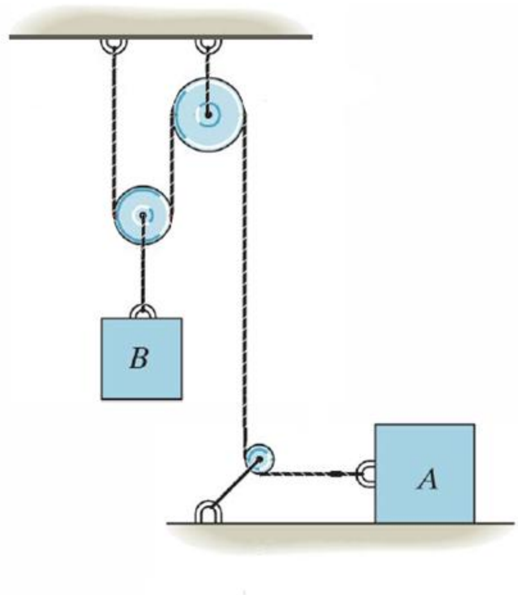
$$\frac{dv_A}{dt} + \frac{dv_B}{dt} = 0$$

$$\boxed{a_A + a_B = 0}$$



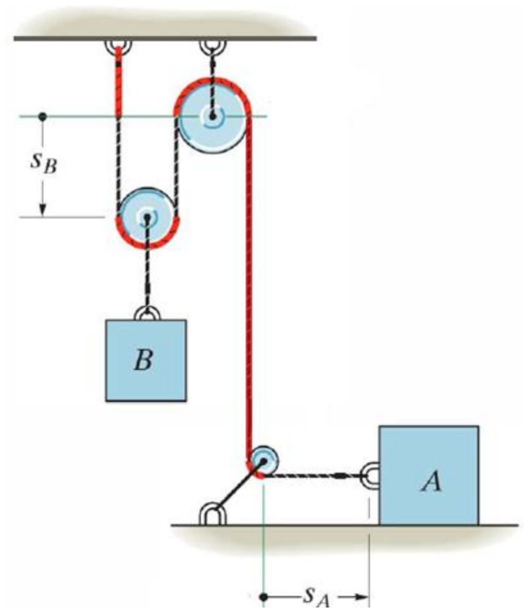
Örnek 1

Şekildeki makara sisteminin hareketleri incelenirken kullanacağımız konum, hız ve ivme denklemlerini çıkarınız.



Çözüm:

Burada kütlelerden biri hareket ettirildiğinde yani konumu, hızı ve ivmesi verilirse diğer kütlenin konum, hız ve ivmesini bulmak sistemin hareketini incelemek olacaktır. Öncelikle A nın ve B nin hareketinin nereye göre ölçüleceğine karar vermek gerekir. Bunun için hareket boyunca yeri değişmeyen sabit noktaları düşünmek gerekir. B için uygun yer tavan olacaktır. A için ise yerdeki kanca olacaktır. Fakat hareket boyunca boyu hiç değişmeyen ara yerleri almaya gerek yoktur. Daha az işlemle uğraşmış oluruz. Denklemi oluştururken ip üzerindeki bu yerleri çıkarıp geri kalan değişken kısımları konum denklemine yazıp ipin boyuna eşitlemeliyiz. Tabii ipin boyu için çıkarılan bu kısımlar olmadan yazılmalıdır. Aşağıdaki şekilde kırmızı kısımlar hareket boyunca hiç değişmemektedir. Bu kısımlar denkleme yazılmamıştır.



Buna göre konum denklemi;

$$2s_B + s_A = l$$

olacaktır. Burada dikkat edilecek husus ip üzerinde değişmeyen sabit boyları çıkardığımız için L ipin boyu denkleminde işaret ettiği gibi $2S_B$+S_A olur. L boyu sabit olduğu için hız denklemini bulmak için türev aldığımızda yok olacaktır. Buna göre hız denklemi;

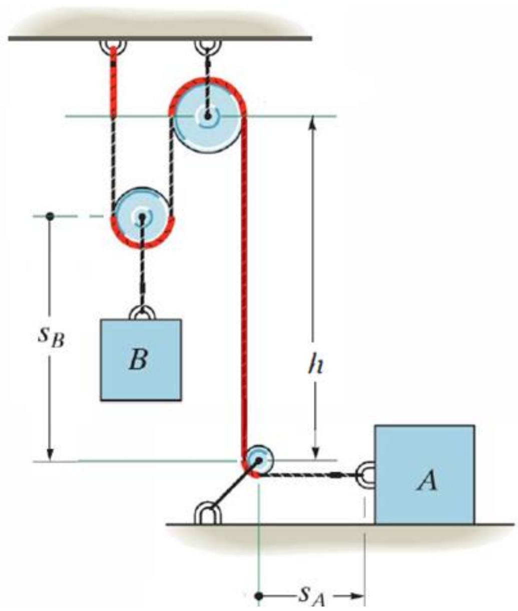
$$2v_B + v_A = 0 \ \rightarrow 2v_B = -v_A$$

Olur. Buradan $2v_B$=-v_A olur. Burada eksi artı olma durumu yukarı sağa sola gibi yön gösterme yerine ipin uzaması ve kısalmasını gösterir. Yani s_A mesafesi uzarken s_B mesafesi kısalacaktır. Hızlar ve ivmelerde aynı mantıkla oluşacaktır. Benzer şekilde ivme denklemi de aşağıdaki şekilde olacaktır;

$$2a_B + a_A = 0 \ \rightarrow 2a_B = -a_A$$

2.Çözüm:

Bu örnekte B nin konumunu ölçmek için sabit duran yer kabul edilseydi denklemler nasıl çıkardı ona bakalım. İpin boyu üzerindeki değişmeyen mesafeleri çıkarırsak ve denklemi ipin boyuna eşitleyeceğimiz için mesafeleri ona göre yazarsak denklemler şu şekilde çıkacaktır;



$$2(h - s_B) + s_A = l$$

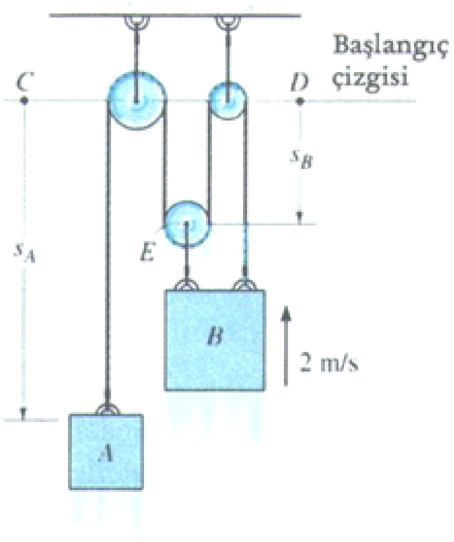
$$-2v_B + v_A = 0 \ \rightarrow 2v_B = v_A$$

$$-2a_B + a_A = 0 \ \rightarrow 2a_B = a_A$$

Dikkat edilirse burada hız ve ivmeler aynı işaretli çıkmıştır. Yani s_A mesafesi artarken s_B mesafesi de artacaktır.

Örnek 2.

Şekildeki B bloğu yukarıya doğru sabit 2 m/s hızına sahip olduğuna göre, A bloğunun hızını belirleyiniz.



Şekil 12–38

ÇÖZÜM

Konum-Koordinat Denklemi. Bu sistemde, uzunluğu değişen parçalar içeren *tek bir ip* vardır. s_A ve s_B konum koordinatları kullanılacaktır, çünkü bunların her biri, sabit bir noktadan (C veya D) ölçülmekte ve her bir bloğun *hareket çizgisi* boyunca uzanmaktadır. Özellikle, B ve E'nin hareketi *aynı* olduğundan, s_B E noktasına yönelmiştir.

Şekil 12–38'deki ipin renkli parçaları sabit uzunluğa sahiptir ve bloklar hareket ederken göz önüne alınmaz. İpin geri kalan l uzunluğu da sabittir ve

$$s_A + 3s_B = l$$

denklemi ile, değişen s_A ve s_B konum koordinatlarına bağlıdır.

Zamana Göre Türev. Zamana göre türev

$$v_A + 3v_B = 0$$

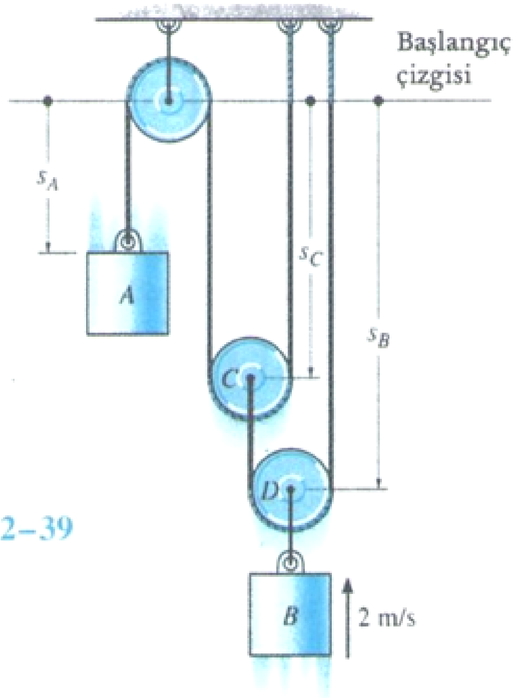
sonucunu verir, dolayısıyla $v_B = -2$ m/s (yukarıya doğru) olduğu zaman

$$v_A = 6 \text{ m/s} \downarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

olur.

Örnek 3

Şekildeki B bloğu yukarıya doğru sabit 2 m/s hızına sahip olduğuna göre, **A** bloğunun hızını belirleyiniz.



Şekil 12–39

ÇÖZÜM

Konum-Koordinat Denklemi. Şekilde gösterildiği gibi, A ve B bloklarının konumları s_A ve s_B koordinatları kullanılarak tanımlanır. Sistem, uzunlukları değişen iki ipe sahip olduğundan, s_A ve s_A arasında bir bağıntı kurabilmek için üçüncü bir koordinat, s_C, kullanmak gerekecektir. Diğer bir deyişle, iplerden birinin uzunluğu s_A ve s_C cinsinden, diğerinin uzunluğu s_B ve s_C cinsinden ifade edilebilir.

Şekil 12–39'daki ipin renkli parçaları analizde dikkate alınmayacaktır. Niçin? l_1 ve l_2 ile göstereceğimiz, geri kalan ip parçaları için

$$s_A + 2s_C = l_1 \qquad s_B + (s_B - s_C) = l_2$$

yazılabilir. s_C'nin yok edilmesi her iki bloğun konumlarını tanımlayan bir denklem, yani

$$s_A + 4s_B = 2l_2 + l_1$$

denklemini verir.

Zamana Göre Türev. Zamana göre türev

$$v_A + 4v_B = 0$$

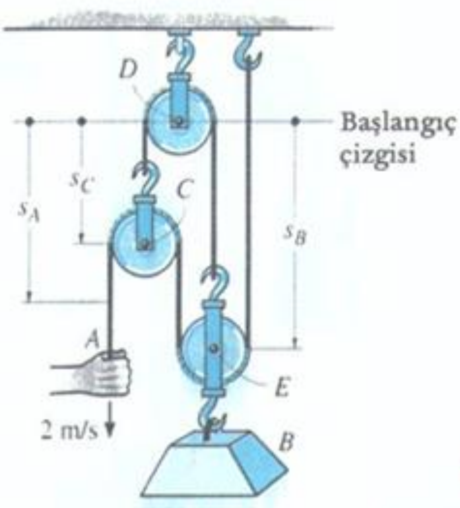
sonucunu verir, dolayısıyla $v_B = -2$ m/s (yukarıya doğru) olduğu zaman

$$v_A = +\,8 \text{ m/s} = 8 \text{ m/s} \downarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

olur.

Örnek 4

Şekil 12–40'ta görüldüğü gibi ipin A'daki ucu 2 m/s hızla çekiliyorsa, B bloğunun yükselme hızını belirleyiniz.



Şekil 12–40

ÇÖZÜM

Konum- Koordinatı Denklemi. A noktasının konumu s_A ile tanımlanır ve B bloğunun konumu s_B ile belirlenir çünkü makara üzerindeki E noktası blokla aynı hareketi yapar. Her iki koordinat da D makarasının sabit piminden geçen yatay referans çizgisinden ölçülür. Sistem iki ipten oluştuğu için, s_A ve s_B koordinatları arasında doğrudan bir bağıntı kurulamaz. Bunun yerine, üçüncü bir s_C koordinatı oluşturarak, bir ipin uzunluğunu s_A ve s_C cinsinden, diğer ipin uzunluğunu s_B ve s_C cinsinden ifade edebiliriz.

Şekil 12–40'taki iplerin renkli kısımlarını hariç tutarak, geri kalan sabit l_1 ve l_2 ip uzunlukları (kanca boyutları ile birlikte)

$$(s_A - s_C) + (s_B - s_C) + s_B = l_1$$

$$s_C + s_B = l_2$$

olarak ifade edilebilir. s_C'yi yok ederek

$$s_A + 4s_B = l_1 + 2l_2$$

elde ederiz. İstendiği gibi, bu denklem B bloğunun s_B konumu ile A noktasının s_A konumu arasında bağıntı kurar.

Zamana Göre Türev. Zamana göre türev

$$v_A + 4v_B = 0$$

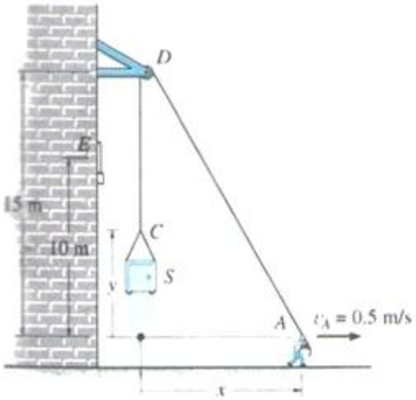
verir ve böylece $v_A = 2$ m/s olduğunda (aşağıya doğru),

$$v_B = -0.5 \text{ m/s} = 0.5 \text{ m/s} \uparrow \qquad \textit{Yanıt}$$

olur.

Örnek 5

A'daki adam, Şekil 12–41'de gösterildiği gibi $v_A = 0.5$ m/s sabit hızıyla sağa doğru yürüyerek bir S kasasını yukarı çekmektedir. Kasanın E'deki pencere seviyesine geldiği andaki hızını ve ivmesini belirleyiniz. İpin uzunluğu 30 m dir ve D'deki küçük bir makaranın üzerinden geçmektedir.



Şekil 12–41

ÇÖZÜM

Konum-Koordinatı Denklemi. Bu problem önceki problemlerden farklıdır çünkü DA ip parçasının hem doğrultusu hem de uzunluğu değişmektedir. Ancak, S ve A'nın konumlarını tanımlayan ipin uçları, x ve y koordinatları yardımıyla belirtilir. Bu koordinatlar, sabit noktalardan ölçülür ve ipin uçlarının *hareket yörüngeleri boyunca yönelir*.

İp, her zaman DA parçası ile CD parçasının uzunluklarının toplamına eşit olan $l = 30$ m sabit uzunluğa sahip olduğundan, x ve y koordinatları arasında bağıntı kurulabilir. l_{DA}'yı belirlemek için Pisagor teoremini kullanırsak, $l_{DA} = \sqrt{(15)^2 + x^2}$ elde ederiz; ayrıca $l_{CD} = 15 - y$'dir. Böylece,

$$l = l_{DA} + l_{CD}$$

$$30 = \sqrt{(15)^2 + x^2} + (15 - y)$$

$$y = \sqrt{225 + x^2} - 15 \qquad (1)$$

olur.

Zamana Göre Türevler. $v_S = dy/dt$ ve $v_A = dx/dt$ olmak üzere, zamana göre türev alındığında,

$$v_s = \frac{dy}{dt} = \frac{1}{2}\frac{2x}{\sqrt{225 + x^2}}\frac{dx}{dt}$$

$$= \frac{x}{\sqrt{225 + x^2}} v_A \qquad (2)$$

elde edilir. $y = 10$ m'de, x Denklem 1'den bulunur, yani $x = 20$ m olur. Böylece Denklem 2'de $v_A = 0.5$ m/s alarak,

$$v_s = \frac{20}{\sqrt{225 + (20)^2}}(0.5) = 0.4 \text{ m/s} = 400 \text{ mm/s} \uparrow \qquad \textit{Yanıt}$$

bulunur.

İvme, Denklem 2'nin zamana göre türevini alınarak bulunur. v_A sabit olduğundan, $a_A = dv_A/dt = 0$'dır ve

$$a_S = \frac{d^2y}{dt^2} = \left[\frac{-x^2}{(225 + x^2)^{3/2}}\frac{dx}{dt} + \frac{1}{(225 + x^2)^{1/2}}\frac{dx}{dt}\right]v_A = \frac{225 v_A^2}{(225 + x^2)^{3/2}}$$

olur. $x = 20$ m de, $v_A = 0.5$ m/s alarak, ivme

$$a_s = \frac{225\,(0.5 \text{ m/s})^2}{[225 + (20 \text{ m})^2]^{3/2}} = 0.00360 \text{ m/s}^2 = 3.60 \text{ mm/s}^2 \uparrow \qquad \textit{Yanıt}$$

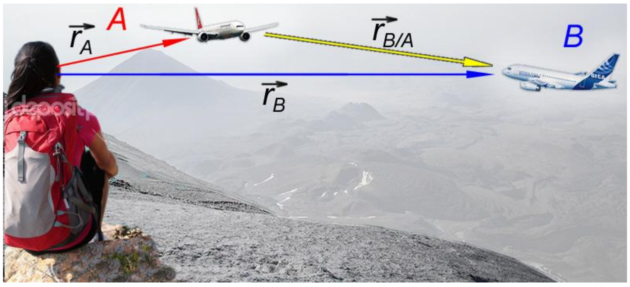
bulunur. A'daki sabit hız ipin diğer C ucunun bu ivmeye sahip olmasına neden olur çünkü v_A , DA parçasının yönünün değişmesine neden olur.

İKİ PARÇACIĞIN BAGIMSIZ İZAFİ HAREKETİ

Bundan önceki konuda mutlak hareket konusu incelenmişti. Önceki bu konuda sabit bir referans sistemi kullanılmış ve hareket eden cisimler bir birine bağlı olarak bu sabit referansa göre konumları, hızları ve ivmeleri ölçülmüştü.

Önceki bu harekette ayrı olarak burada hareket eden cisimler sabit bir referans sistemi üzerinde birbirinden bağımsız olarak hareket etmektedir. Bu haliyle her iki cisimde mutlak referansa göre hareket etmiş olacaktır. Hareket eden bu iki cisimden birinin, mutlak referansa göre değilde, hareket halindeki diğer cisme göre hareketlerini hesaplama izafi hareket olarak adlandırılır. Bu hareketi şöyle tarif edebiliriz. Bir tepenin üzerine çıkp oturan kişi A uçağının hızını konumunu, hızını, ivmesini hesaplayacak olsa, sabit olarak durduğu kendi konumuna göre hesaplamış olur. Aynı şekilde B uçağınında konumunu ve hızını hesaplayabilir. Bu ölçümler sabit referansa göre yapıldığı için mutlak olmuş olacaktır. Fakat uçaklardan biri diğerine göre mesafesini, hızını ve ivmesini hesaplamaya çalışsa bu da İzafi (bağıl) hareket olmuş olacaktır. Her iki uçakta birbirinden bağımsız hareket etmektedir.

Burada hesaplanacak olan bu harekette, iki uçağında yerdeki mutlak noktaya göre hareketleri (konum,hız,ivme) bilinirken, birinin diğerine göre hareketleri (konum,hız,ivme) bulunmaya çalışılacaktır.



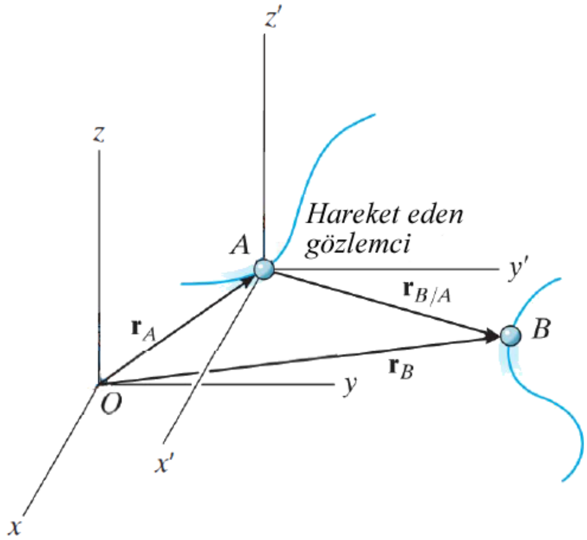
Bu konuda sadece ötelenen koordinat sistemleri ele alınacak. İstenirse hem ötelenen hemde dönen koordinat sistemlerinde de hareketler incelenebilir. Örneğin bir uçak ilerlerken pervanesinin ucu yerdeki sabit referansa göre nasıl bir hareket yapacaktır. Bu da hesaplanabilir. Burada ele alınmamıştır.

Şimdi hareketi oluşturan denklemleri bulmaya çalışalım.

Şekildeki gibi hareket halinde olan iki tane A ve B cismi olsun. Her iki cisminde mutlak koordinat sistemine göre konumları $\vec{r}_A$ ve $\vec{r}_B$ vektörleri olacaktır. (*Not: vektör tek başına bir noktanın konumunu gösteren denklemdir. İçerisinde boy ve açı vardır. Polar (kutupsal) koordinatlarda da bir cismin konumunu ifade eder mesafe ve açıyla gösteririz. Bu aynı zamanda vektör demektir*) A dan bakan bir gözlemci B nin konumunu $\vec{r}_{B/A}$ vektörü ile ölçer. Buna göre çizilen vektörlerin denklem olarak karşılığı (vektörel toplam yapılıyor);

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

Olacaktır. Denklemi kolay yazabilmek için ölçülen hangi cisimse o başa yazılır. Burada B nin konumu ölçülmeye çalışılıyor ve denklemde başa yazılıyor.



Bu denklemin zamana bağlı olarak bir kez daha türevini alırsak hız denklemini, hız denkleminin de bir kez türevi ivme denklemini verir.

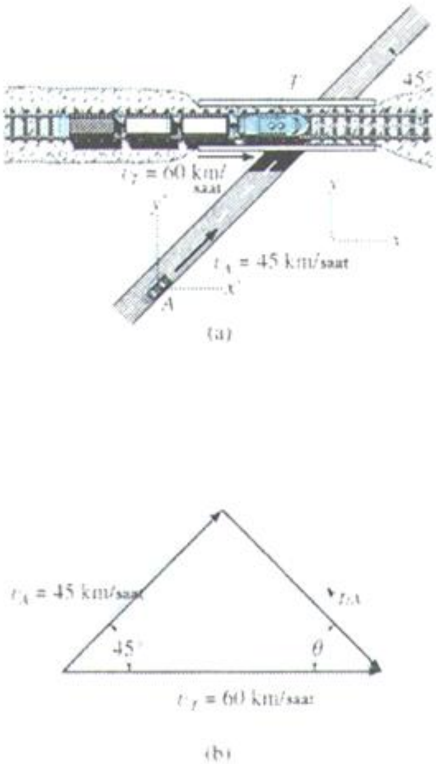
$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

Denklemleri oluşturduktan sonra çözümü vektörel denklem yöntemlerine göre yapılır. i ve j birim vektörleri ile bileşen vektörler oluşturulur ve kendi aralarında toplanıp çıkarılır (yani skaler olarak x ve y eksenleri üzerinde her vektörün bileşenleri bulunur, yönlere göre toplanıp çıkarılır).

Örnek 5

60 km/saat'lik sabit bir hızla giden bir tren Şekil 12–43*a*'da gösterilen bir yol üzerinden geçiyor. *A* otomobili 45 km/saat hızla yol boyunca ilerlediğine göre, trenin otomobile göre bağıl hızını belirleyiniz.



Şekil 12–43

ÇÖZÜM I

Vektör Analizi. $\mathbf{v}_{T/A}$ bağıl hızı, otomobile yerleştirilen öteleme eksenlerinden ölçülür, Şekil 12–43*a* ve $\mathbf{v}_T = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{T/A}$ denkleminden belirlenir. $\mathbf{v}_T$ ve $\mathbf{v}_A$'nın büyüklük ve doğrultularının *her ikisi* de bilindiğinden, bilinmeyenler $\mathbf{v}_{T/A}$'nın bileşenleri olur. Şekil 12–43*a*'daki *x*, *y* eksenlerini ve kartezyen vektör analizini kullanarak

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{T/A}$$

$$60\mathbf{i} = (45 \cos 45°\, \mathbf{i} + 45 \sin 45°\, \mathbf{j}) + \mathbf{v}_{T/A}$$

$$\mathbf{v}_{T/A} = \{28.2\mathbf{i} - 31.8\mathbf{j}\} \text{ km/saat} \qquad \textit{Yanıt}$$

elde edilir. $\mathbf{v}_{T/A}$'nın büyüklüğü, böylece

$$v_{T/A} = \sqrt{(28.2)^2 + (-31.8)^2} = 42.5 \text{ km/saat} \qquad \textit{Yanıt}$$

olur. *x* eksenine göre tanımlanan $\mathbf{v}_{T/A}$'nın doğrultusu, her bir bileşenin doğrultusundan

$$\tan \theta = \frac{(v_{T/A})_y}{(v_{T/A})_x} = \frac{31.8}{28.2}$$

$$\theta = 48.4° \qquad \textit{Yanıt}$$

şeklinde elde edilir. Şekil 12–43*b*'de gösterilen vektör toplamının, $\mathbf{v}_{T/A}$ için doğru yön olduğuna dikkat ediniz. Bu şekil, yanıtı tahmin etmemizi sağlar ve doğruluğunu kontrol etmek için kullanılabilir.

ÇÖZÜM II

Skaler Analiz. $\mathbf{v}_{T/A}$'nın bilinmeyen bileşenleri bir skaler analiz uygulanarak da belirlenebilir. Bu bileşenlerin pozitif *x* ve *y* doğrultularında etki ettiğini varsayacağız. Buna göre,

$$\mathbf{v}_T = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{T/A}$$

$$\begin{bmatrix} 60 \text{ km/saat} \\ \rightarrow \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 45 \text{ km/saat} \\ \measuredangle^{45°} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (v_{T/A})_x \\ \rightarrow \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (v_{T/A})_y \\ \uparrow \end{bmatrix}$$

olur. Her bir vektörün *x* ve *y* bileşenlerine ayrılmasıyla

$(\xrightarrow{+})$ $\qquad 60 = 45 \cos 45° + (v_{T/A})_x + 0$

$(+\uparrow)$ $\qquad 0 = 45 \sin 45° + 0\, (v_{T/A})_y$

bulunur. Çözümden, önceki sonuçları buluruz.

$$(v_{T/A})_x = 28.2 \text{ km/saat} = 28.2 \text{ km/saat} \rightarrow$$

$$(v_{T/A})_y = -31.8 \text{ km/saat} = 31.8 \text{ km/saat} \downarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

Örnek 6

Şekil 12–45'de gösterilen anda, A ve B arabaları, sırasıyla 8 m/s ve 12 m/s hızlarıyla ilerlemektedir. Ayrıca bu anda, A 2 m/s² ile yavaşlamakta, B 3 m/s² ile hızlanmaktadır. B'nin A'ya göre hız ve ivmesini belirleyiniz.

ÇÖZÜM

Hız. Sabit x ve y eksenleri yerde bir noktaya yerleştiriliyor ve x', y' ötelenen eksenleri A arabasına yerleştiriliyor, Şekil 12–45. Bağıl hız $\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$'dan belirlenir. İki bilinmeyen nedir? Kartezyen vektör analizini kullanarak

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$$

$$-12\mathbf{j} = (-8\cos 60°\mathbf{i} - 8\sin 60°\mathbf{j}) + \mathbf{v}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_{B/A} = \{4\mathbf{i} - 5.072\mathbf{j}\}\ \text{m/s}$$

buluruz. Buna göre,

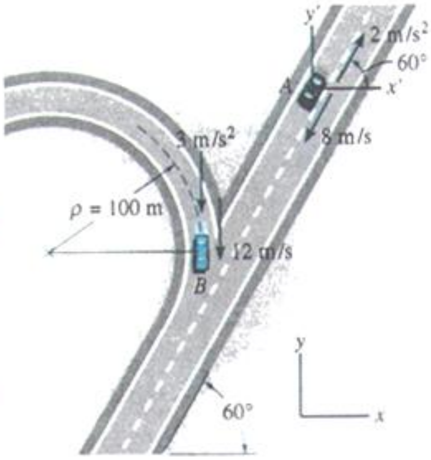
$$v_{B/A} = \sqrt{(4)^2 + (5.072)^2} = 6.46\ \text{m/s} \qquad \textit{Yanıt}$$

olur. $\mathbf{v}_{B/A}$'nın, $+\mathbf{i}$ ve $-\mathbf{j}$ bileşenleri olduğuna dikkat ederek, doğrultusunu

$$\tan\theta = \frac{(v_{B/A})_y}{(v_{B/A})_x} = \frac{5.072}{4}$$

$$\theta = 51.7° \qquad \textit{Yanıt}$$

olarak buluruz.



Şekil 12–45

İvme. B arabasının ivmesinin hem teğetsel hem normal bileşeni vardır. Niçin? Normal bileşenin büyüklüğü

$$(a_B)_n = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{(12\ \text{m/s})^2}{100\ \text{m}} = 1.440\ \text{m/s}^2$$

dir. Bağıl ivme ile ilgili denklemin uygulanması

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$(-1.440\mathbf{i} - 3\mathbf{j}) = (2\cos 60°\mathbf{i} + 2\sin 60°\mathbf{j}) + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\mathbf{a}_{B/A} = \{-2.440\mathbf{i} - 4.732\mathbf{j}\}\ \text{m/s}^2$$

sonucunu verir. Böylece

$$a_{B/A} = \sqrt{(2.440)^2 + (4.732)^2} = 5.32\ \text{m/s}^2 \qquad \textit{Yanıt}$$

$$\tan\phi = \frac{(a_{B/A})_y}{(a_{B/A})_x} = \frac{4.732}{2.440}$$

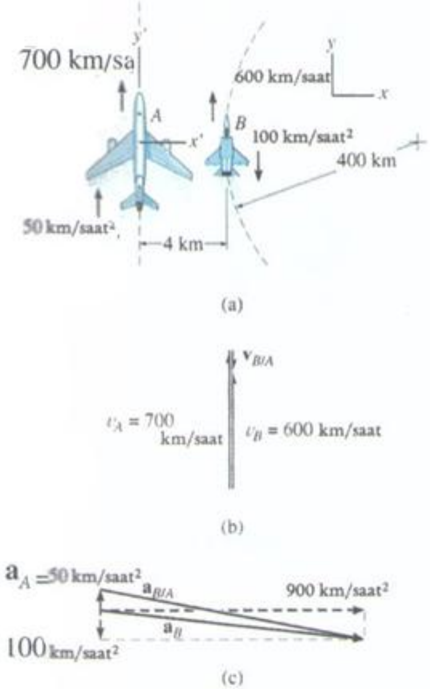
$$\phi = 62.7° \qquad \textit{Yanıt}$$

bulunur.

Bu yöntemi kullanarak $\mathbf{a}_{B/A}$ ivmesini bulmak mümkün müdür? Örnek 12–26'nın sonunda yapılan yoruma bakınız.

Örnek 7

İki uçak aynı yükseklikte uçmakta ve Şekil 12−44*a*'da gösterilen hareketi yapmaktadırlar. *A* uçağı düz bir yol boyunca buna karşı *B* uçağı ρ_B = 400 km yarıçaplı bir dairesel yol boyunca uçuyor. *B*'nin *A* pilotu tarafından ölçülen hız ve ivmesini belirleyiniz.



Şekil 12−44

ÇÖZÜM

Hız. Sabit *x* ve *y* eksenleri keyfi bir noktaya yerleştiriliyor. *A* uçağı doğrusal hareket yapıyor ve bir *x'*, *y'* *ötelenen referans sistemi* uçağa yerleştiriliyor. Her iki uçağın hız vektörleri, gösterilen anda birbirine paralel olduğundan, skaler formdaki bağıl-hız denklemini uygulayarak

$$(+\uparrow) \qquad v_B = v_A + v_{B/A}$$
$$600 = 700 + v_{B/A}$$
$$v_{B/A} = -100 \text{ km/saat} = 100 \text{ km/saat} \downarrow \qquad \textit{Yanıt}$$

sonucunu elde ederiz. Vektör toplamı Şekil 12−44*b*'de gösterilmektedir.

İvme. *B* uçağı *eğri bir yol* boyunca uçtuğu için, ivmesinin hem teğetsel hem normal bileşeni vardır. Denklem 12−20'den, normal bileşenin büyüklüğü

$$(a_B)_n = \frac{v_B^2}{\rho} = \frac{(600 \text{ km/saat})^2}{400 \text{ km}} = 900 \text{ km/saat}^2$$

olarak bulunur. Bağıl-ivme denklemini uygulayarak

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$
$$900\mathbf{i} - 100\mathbf{j} = 50\mathbf{j} + \mathbf{a}_{B/A}$$

yi buluruz. Buna göre,

$$\mathbf{a}_{B/A} = \{900\mathbf{i} - 150\mathbf{j}\} \text{ km/saat}^2$$

dir. $\mathbf{a}_{B/A}$'nin büyüklük ve doğrultusu, böylece,

$$a_{B/A} = 912 \text{ km/saat}^2 \qquad \theta = \tan^{-1}\frac{150}{900} = 9.46° \qquad \textit{Yanıt}$$

olur. Vektör toplamı Şekil 12−44*c*'de gösterilmektedir.

Ötelenen referans sistemi kullanarak da bu problemi çözmenin mümkün olduğuna işaret edelim; çünkü *A* uçağındaki pilot "ötelenmektedir". *A* uçağı, *B* uçağına yerleştirilmiş dönen bir eksen takımı kullanılarak, *B* uçağının pilotu tarafından gözlenmelidir. (Bu, kuşkusuz, *B*'nin pilotunun dönen takımda sabit olduğunu varsayar, dolayısıyla pilot *A*'nın hareketini izlemek için gözlerini döndürmek zorunda kalmaz.) Bu hale uygun analiz Örnek 16−21'de verilmiştir.