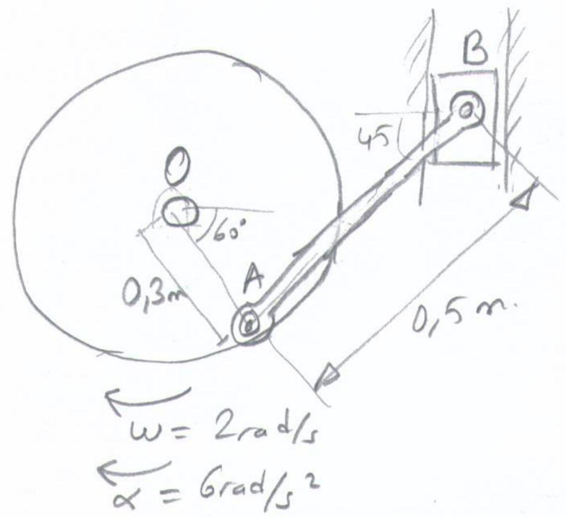
DİNAMİK (12.hafta)

SORU ÇÖZME

Örnek: Verilen konumda B pistonunun hızı ve ivmesi nedir?



——— ooo ———

Soru incelendiğinde üzerinde hem öteleme hem de dönen bir çubuk vardır. Dolayısıyla soru Bağıl hareket formülleriyle çözülecektir.

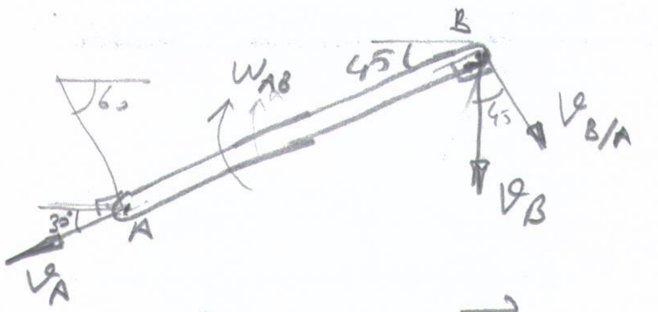
II. Yöntem olan Skaler yöntemle çözelim. (Hız denklemi)

Bu yöntemi kullanırken hareketi aktaran kritik eleman üzerine yoğunlaşmalıyız. Burada AB çubuğu işlemi yapmaktadır. Bu çubuğun uçlarındaki hızların vektörlerini çizebilmeliyiz. Bu hızlardan bir tanesi, bildiğimiz bir hızdır diğeri ise bilmediğimiz bir hızdır. Buna göre A noktası aslında hızlarını ve ivmelerini bildiğimiz bir noktadır. B noktası ise hızlarını ve ivmelerini bilmediğimiz noktadır. Bu durumda hız denklemimiz şöyle olacaktır.

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

Eğer bu denklemde gösterilen vektörleri çizebilirsek (açıları ve boyları (şiddetleriyle) ile) x ve y bileşenlerinde ayrı ayrı çözerek sonucu bulabiliriz.

(2)



$v_A = r_{OA} \cdot w_{OA}$

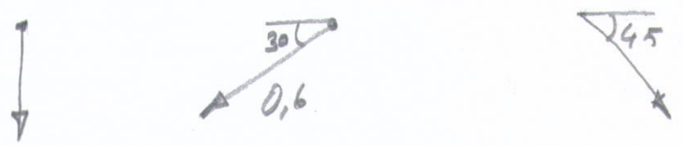
$= 0,3 \cdot 2$

$v_A = 0,6\ m/s.$

$v_{B/A} = r_{AB} \cdot w_{AB}.$

$= 0,5 \cdot w_{AB}.$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$



x bileşenlerini yazalım.

$$0 = -0,6\ m/s \cdot \cos 30 + 0,5 \cdot w_{AB} \cdot \cos 45.$$

$$w_{AB} = 1,470\ rad/s.$$

y bileşenlerini yazalım

$$-v_B = -0,6 \cdot \sin 30 - 0,5 \cdot 1,470 \cdot \sin 45.$$

$$v_B = 0,819$$

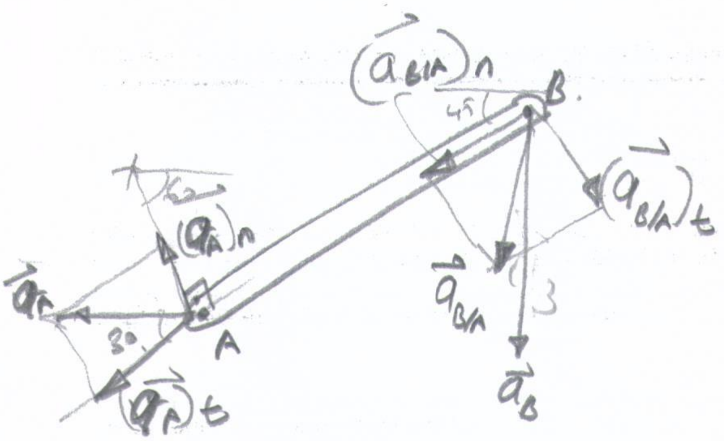
(İvme Denklemi, ivme değerleri)

İvmeler içinde aynı şekilde hareketi aktaran kritik elemanlar üzerindeki ivme vektörlerini gösterip.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

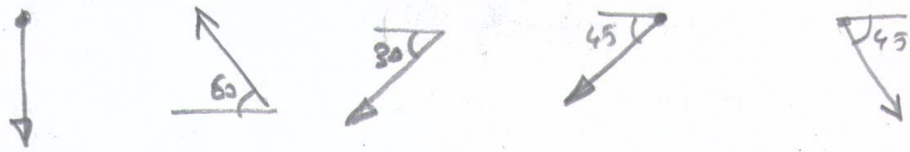
denklemde x, y bileşenleri olarak ayrı ayrı çözüp sonucu bulabiliriz.

(3)



$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

$$\vec{a}_B = (\vec{a}_A)_n + (\vec{a}_A)_t + (\vec{a}_{B/A})_n + (\vec{a}_{B/A})_t$$



Vektörlerin boylarını (şiddetlerini) bulalım.

$$(a_A)_n = r_{OA} \cdot \omega_{OA}^2 = 0{,}3_m \; 2^2 = 1{,}2 \; m/s^2$$

$$(a_A)_t = r_{OA} \cdot \alpha_{OA} = 0{,}3m \cdot 6 \, rad/s = 1{,}8 \; m/s^2$$

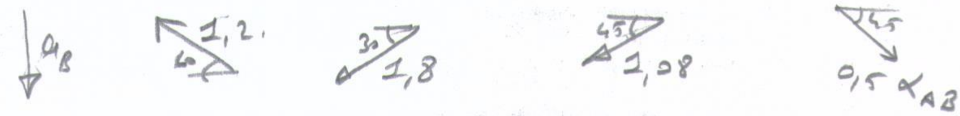
$$(a_{B/A})_n = r_{AB} \cdot \omega_{AB}^2 = 0{,}5m \cdot 1{,}470^2 = 1{,}08 \; m/s^2$$

$$(a_{B/A})_t = r_{AB} \cdot \alpha_{AB} = 0{,}5 \cdot \alpha_{AB}$$

4

Vektörel denklem üzerinde skaler işlem yapabilmemiz için açıları dikkate alarak işlem yapmalıyız. Açıları en iyi bildiğimiz X ve Y doğrultularıdır. Dolayısıyla Bu denklemi X ve Y bileşenleri şeklinde ayırıp ayrı ayrı işleme koymalıyız.

$$\vec{a}_B = \overrightarrow{(a_A)_n} + \overrightarrow{(a_A)_t} + \overrightarrow{(a_{B/A})_n} + \overrightarrow{(a_{B/A})_t}$$



X bileşeni: $0 = -1{,}2 \cdot \cos 60 - 1{,}8 \cdot \cos 30 - 1{,}08 \cdot \cos 45 + 0{,}5 \cdot \alpha_{AB} \cdot \cos 45$

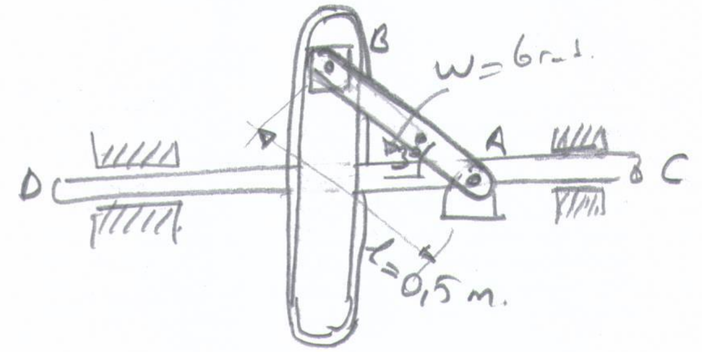
$$\alpha_{AB} = 8{,}266 \text{ rad/s}^2$$

Y bileşenleri: $-a_B = 1{,}2 \cdot \sin 60 - 1{,}8 \cdot \sin 30 - 1{,}08 \cdot \sin 45 - 0{,}5 \cdot 8{,}266 \cdot \sin 45$

$$\underline{a_B = 3{,}54 \text{ m/s}^2} \downarrow$$

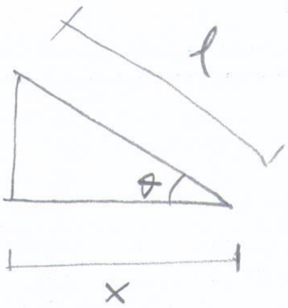
5

Örnek 2 Şekildeki gibi AB çubuğu sabit $\omega = 6\,rad/s$ açısal hızı ile dönmektedir.



CD çubuğunun hızını ve ivmesini şekildeki konum için bulunuz.

Soru incelendiğinde bir elemandaki hareket başka bir elemana iletilmektedir ve bu esnada hem ötelenen, hemde dönen bir ara eleman yoktur. Dolayısıyla mutlak hareket yöntemiyle soruyu çözeceğiz. Bu yöntemde hareket ettiren eleman ile hareket ettirilen elemanlar arasında geometrik bir bağıntı kuracağız. Bu bağıntı bizim konum denklemimiz olacaktır. Konum denklemi her elemanın hangi açıda ve hangi mesafede durduğunu veren bir denklem olur. Konum denkleminin bir kez türevini alırsak hız denklemini buluruz. Türev alabilmek için hangi konum büyüklüklerinin değiştiğini görebilmeliyiz. Bunun için iki fotoğraf çektiğimizi varsayarak neler değişiyor görebiliriz.



Hareket eden büyüklükler θ açısı x mesafesidir. İkisi arasında denklem oluşturursak

$X = l . Cos\,\theta$ olur.

Bu konum denklemi oldu.

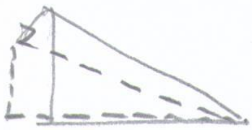
Örneğin CD çubuğunun konumu bu denklemde X ile belirtilmiş olur.

$$X = l . Cos\,\theta$$

$$X = 0,5\,m . Cos\,30$$

$$x = 0,433\,m.$$

Konum denklemini bir kez daha türevini alalım ve hızları bulalım. Türev alabilmek için hangi konum büyüklüklerinin değiştiğine bakalım. İlk fotoğraf çekersek l sabit θ, x değişken olur.



$$\underbrace{X}_{d} = \underbrace{l}_{s} . Cos\,\underbrace{\theta}_{d}$$

$$\dot{X} = l . (-\dot{\theta} . Sin\,\theta)$$

$$\boxed{\dot{X} = -l . \dot{\theta}\, Sin\,\theta} \Rightarrow v_{CD} = -l . \omega_{AB} . Sin\,\theta$$

Hız denklemi oldu.

$$v_{CD} = -0,5\,m . 6\,rad/s . Sin\,30$$

$$v_{CD} = -1,5\,m/s^2.$$

(7)

Hız denkleminin birkez daha türevini alırsak ivme denklemini buluruz. Bunun için hangi hız büyüklüklerinin değiştiğini bilmeliyiz. Burada AB çubuğunun sabit hızla döndüğü verilmiştir. Buna bağlı CD çubuğu değişken hızda hareket eder. Çünkü Sin, Cos gibi trigonometrik bir bağıntıda lineerlik (doğrusallık) yoktur. Dolayısıyla AB çubuğu sabit hızla döndükçe CD çubuğunun hızı değişir. Aynı zamanda CD çubuğunun hızını değiştiğini şundan da anlayabiliriz. Eğer bir harekette yön değişimi varsa burada hız değişiyor demektir. Burada CD çubuğu sağa ve sola sürekli değişen hareket yapar.

$$\underbrace{\dot{X}}_{d} = -\underbrace{l}_{s} \cdot \underbrace{\dot{\theta}}_{s} \cdot \text{Sin}\,\underbrace{\theta}_{d}$$

$$\ddot{X} = -l \cdot \dot{\theta} \cdot \text{Cos}\,\theta \cdot \dot{\theta}$$

$$\underbrace{\ddot{X} = -l \cdot \dot{\theta}^2\, \text{Cos}\,\theta}_{\text{ivme denklemi}} \Rightarrow \underbrace{a_{CD} = -l \cdot W_{AB}^2 \cdot \text{Cos}\,\theta}_{\text{ivme denkleminin daha açık yazımı.}}$$

$$a_{CD} = -0{,}5 \cdot 6^2 \cdot \text{Cos}\,30$$

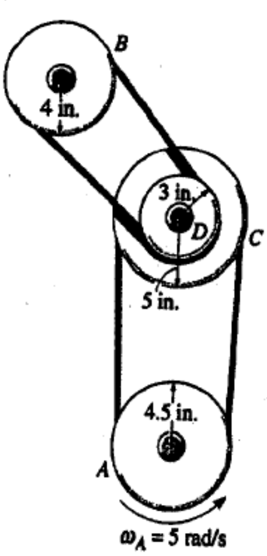
$$a_{CD} = -15{,}58\ m/s^2$$

eksi hareketin yavaşladığını gösterir.

Örnek 3.

Bu soruyu sınıfta farklı çözdük.

16-30. A mill in a textile plant uses the belt-and-pulley arrangement shown to transmit power. When $t = 0$ an electric motor is turning pulley A with an angular velocity of $\omega_A = 5$ rad/s. If this pulley is subjected to a constant angular acceleration $2\ \text{rad/s}^2$, determine the angular velocity of pulley B after B turns 6 revolutions. The hub at D is rigidly connected to pulley C and turns with it.



When $\theta_B = 6$ rev ;

$$4(6) = 3\,\theta_C$$

$$\theta_C = 8 \text{ rev}$$

$$8(5) = 4.5(\theta_A)$$

$$\theta_A = 8.889 \text{ rev}$$

$$(\omega_A)_2^2 = (\omega_A)_1^2 + 2\alpha_C[(\theta_A)_2 - (\theta_A)_1]$$

$$(\omega_A)_2^2 = (5)^2 + 2(2)[(8.889)(2\pi) - 0]$$

$$(\omega_A)_2 = 15.76 \text{ rad/s}$$

$$15.76(4.5) = 5\omega_C$$

$$\omega_C = 14.18 \text{ rad/s}$$

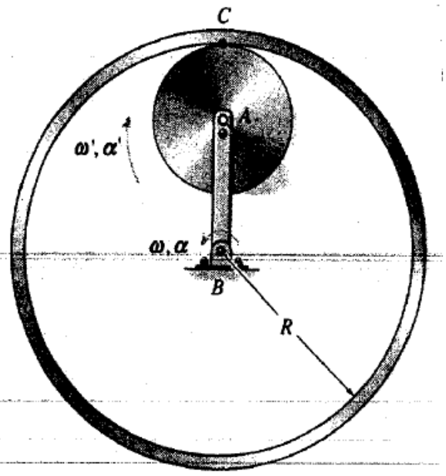
$$14.18(3) = 4(\omega_B)_2$$

$$(\omega_B)_2 = 10.6 \text{ rad/s} \qquad \textbf{Ans}$$

Örnek 4:

Bu soruyu sınıfta çözmedik

16-41. Arm AB has an angular velocity of $\boldsymbol{\omega}$ and an angular acceleration of $\boldsymbol{\alpha}$. If no slipping occurs between the disk and the fixed curved surface, determine the angular velocity and angular acceleration of the disk.



$$ds = (R - r)\, d\theta = -r\, d\phi$$

$$(R - r)\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = -r\left(\frac{d\phi}{dt}\right)$$

$$\omega' = -\frac{(R - r)\omega}{r} \qquad \textbf{Ans}$$

$$\alpha' = -\frac{(R - r)\alpha}{r} \qquad \textbf{Ans}$$