DİNAMİK (1.hafta)

TEMEL KAVRAMLAR

Mekanik: Cisimlerin hareket ve dengelerini inceleyen bir bilimdir. Başlıca üç kısma ayrılır.

a) Rijit Cisimler (esnemeyen) Mekaniği
b) Elastik Cisimler Mekaniği
c) Akışkanlar Mekaniği

Rijit Cisimler Mekaniği: Rijit cisimler mekaniği temel olarak iki kısma ayrılır.

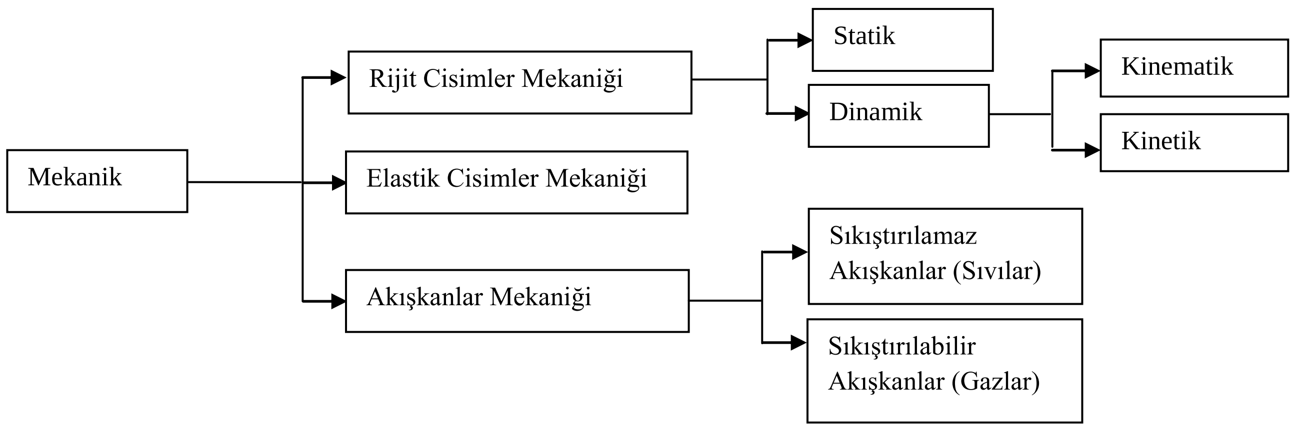
a) Statik
b) Dinamik (i. Kinematik, ii. Kinetik)

Statik: Denge halinde bulunan sabit durağan sistemlerin üzerindeki kuvvet ve momentleri inceler. Sistem hareket halinde olsa bile üzerinde ivme değerleri yoktur. İvmenin olmadığı yerde atalet kuvvetleri olmayacağından sistem statik kurallar ile incelenir.

Dinamik: Hareket halinde bulunan sistemlerin üzerindeki kuvvet ve momentleri inceler. Hareket halindeki cisimlerin hızlanma, yavaşlama ve yön değiştirme gibi durumlarda ivmeler meydana gelir. İvmenin olduğu yerde normal iç ve dış kuvvetlerin yanında bir de atalet kuvvetleri eklenir. Dinamik, tüm bu kuvvetleri birlikte ele alan bir bilim dalıdır. Dinamik de kendi içinde ikiye ayrılır. Kinematik ve kinetik.

Kinematik: Hareketin Geometrisini inceleyen bilim dalıdır. Hareketin sebebini araştırmadan konum, hız, ivme ve zaman arasındaki bağıntıları inceler.

Kinetik: Cismin hareket geometrisi yanında, Cisme etki eden Kuvvet ve kütleler arasındaki bağıntıyı inceler. Verilen kuvvetlerin sebep olacağı hareketi bulmak yada verilen hareketi oluşturacak kuvvetleri bulmak bu bilim dalının konusudur.

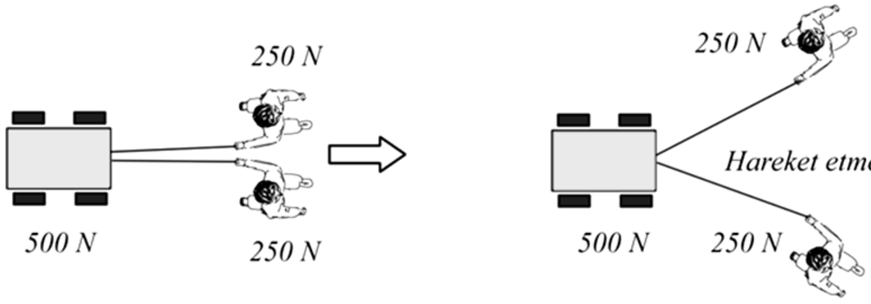


Rijit Cisim: İç ve dış etkilerle şeklini değiştirmeyen, yani esnemeyen cisimdir. Gerçekte doğadaki tüm cisimler azda olsa esner, şekil değiştirir. Bu durum mekanikte ideal olarak kullanılan bir kavramdır. Boyutlarına göre ihmal edilebilecek düzeyde şekil değiştiren maddeler yine rijit cisim olarak kabul edilir.

Maddesel Nokta: Cismin kütlesinin bir noktada toplandığı varsayılarak işlem yapılan cisimlerdir. Cisim nokta şeklinde kabul edildiğinden cismin dönme etkileri dışarıda tutulup sadece doğrusal ve dairesel hareketleri incelenmiş olur.

Kuvvet: Bir cismin diğerine etkisi olarak tanımlanabilir. Kuvveti belirlemek için sadece şiddetinin bilinmesi yeterli değildir. Yönününde bilinmesi gerekir. Bu nedenle kuvvet bir vektörel büyüklüktür. Kuvvetin birimi N (Newton) dur. Kilogram cinsinden ifade edilirken mutlaka Kilogram Kuvvet (kgf) şeklinde ifade edilmelidir. Tek başına kg (kilogram) kütle birimidir. 1kgf = 9.81 N dur. Kilogram yaklaşık olarak Newton'nun 10 katı büyüklüğündedir.

Vektörel Büyüklük: Şiddeti ve yönü bilinen büyüklüklere Vektör yada Vektörel Büyüklük denir. $\vec{F}$ şeklinde üzerinde okla birlikte sembolize edilir. F büyüklüğü ile $\vec{F}$ aynı şey değildir. Birincisi sadece içerisinde bir şiddeti gösteren bir değer barındırır. Örneğin 150 N gibi. Diğeri ise hem şiddeti hemde bir yönü barındırır. Örneğin 150 N ve 30^0 açı ile uygulanmaktadır şeklinde bir anlam ifade eder. Vektörlerin toplamının sorulması onların etkisinin ne olduğu anlamı taşır.

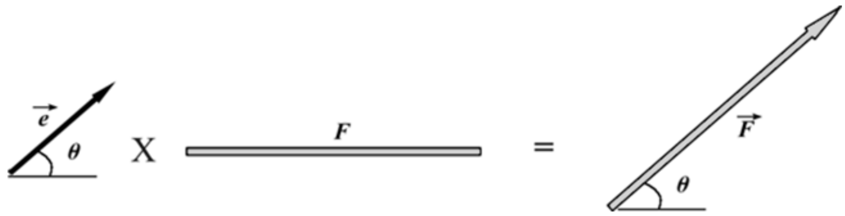


Şekil. Kuvvetin vektörel olması nedeniyle farklı açılarda gösterdiği etkiler.

Şekildeki gibi bir cismi aynı kuvvetdeki iki kişi bir yöne doğru çekebilirken, araları açıldığında cismin taşınması imkansız hale gelmektedir. Buradan anlaşılan; kişilerin uyguladığı kuvvet değişmese bile yönleri değiştiği zaman kuvvetlerin yapacağı etki değişmektedir. Bu nedenle uygulana kuvvetin yanında yönü de önemlidir.

Birim vektör boyu 1 birim olan vektördür. Herhangi bir scaler değer (sadece şiddeti gösteren değer) birim vektörle çarpılırsa, şiddeti ve yönü olan bir vektör haline gelmiş olur.

$$\vec{e}\,.\,\mathrm{F} = \vec{F}$$



Şekil. Birim vektör ile skalar bir sayının çarpımı şiddeti artmış bir vektör verir.

Doğrultu ve Yön: Kuvvetin üzerinde bulunduğu sonsuz çizgi doğrultuyu ifade eder. Yönü ise bu çizgi üzerinde hangi tarafa baktığını gösterir.

Uzay: Cisimleri içinde bulunduran geometrik olarak hesaplanan bir hacimdir. Her cismin uzayda bir konumu vardır.

Zaman: Birbirini izleyen olayların aralarında geçen süreyi hesaplayan bir ölçüdür.

Kütle: Madde üzerinde hareketin sebep olduğu direncin bir ölçüsüdür. (Lise yıllarında, “Değişmeyen madde miktarı” diye tarif edilir).

Kullanacağımız temel büyüklüklerin sembol ve birimleri aşağıdaki şekildedir.

Büyüklük	Sembol	SI Sistemi	İngiliz Sistemi
Kütle	m	Kilogram (kg)	Slug
Uzunluk	L	Metre (m)	Ayak (ft)
Zaman	t	Saniye (sn)	Saniye (sn)
Kuvvet	F	Newton (N)	Pound (lb)

Newtonun Hareket Kanunları

1. Kanun (Statik Denge Kanunu): Bir maddesel nokta kendisine etki eden hiç bir dengelenmemiş kuvvet yok ise; hareketsiz kalır veya düz bir çizgi üzerinde sabit hızla hareketine devam eder.

2. Kanun (Dinamik Denge Kanunu): Maddesel noktanın ivmesi ona etki eden bileşke kuvveti ile orantılı ve bileşke kuvvetinin yönündedir.

$$F = m \, . \, a$$

3. Kanun (Etki Tepki Kanunu): Birbiriyle etkileşen cisimler arasındaki kuvvet birbirine eşit, aynı doğru üzerinde ve zıt yöndedir.

4. Kanun (Çekim Kuvveti Kanunu): Bu kanun cisimler arasındaki çekim kuvvetini aşağıdaki formül ile ifade eder.

$$F = G\frac{m_1.m_2}{r^2}$$

F: Cisimler arasındaki çekim kuvveti (N)
G: Evrensel çekim sabiti, $G = 6.673\ 10{-11} m^3/(kgs^2)$

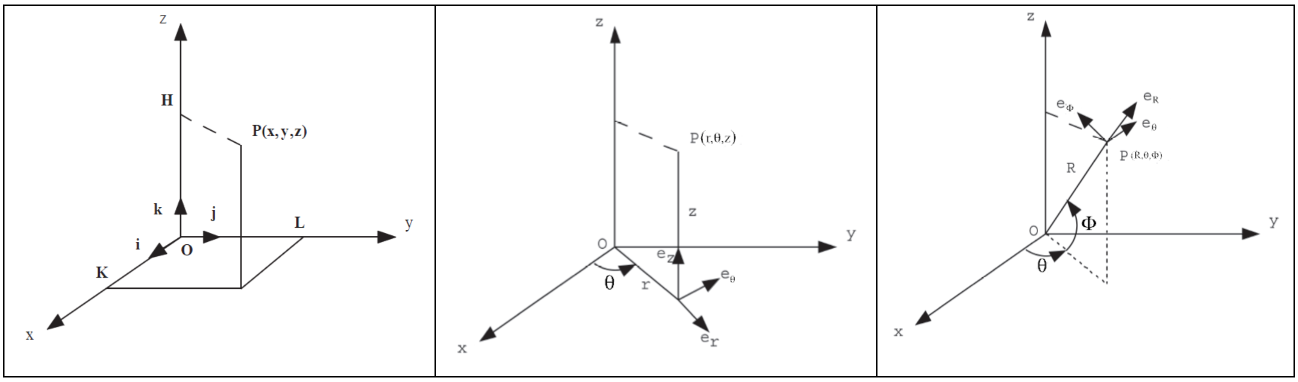
$m1$, $m2$: Cisimlerin kütlesi (kg)
r: cisimler arasındaki mesafedir(m).

1 kg'lık bir kütle dünya yüzeyinde 9.825N, yüzeyden 1 km'de 9.822N, 100 km'de 9.523N, 1000 km'de 7.340N ve 6371 km'de (dünyanın yarıçapı kadar) 2.456N gelir. Böylece yüksekten uçan roket ve füzeler için g faktörünün yükseklikle değişmesi gerektiğinin önemi ortaya çıkar.

Koordinat Sistemleri

Bir cismin her hangi bir t anındaki pozisyonu (konumu) 3 farklı koordinat sistemi ile anlatılabilir.

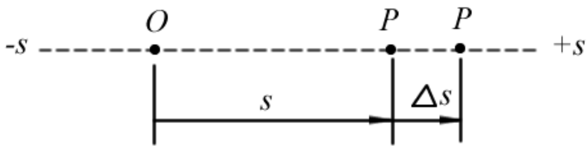
- Kartezyen koordinatlar (x, y, z)
- Silindirik koordinatlar (r, θ, z)
- Küresel koordinatlar (R, θ, Φ)



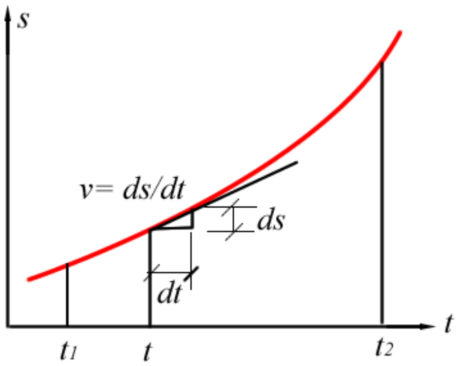
Şekil. Koordinat sistemleri (Kartezyen, silindirik, Küresel).

DOĞRUSAL HAREKET

Cismin Konumu: Bir doğru üzerinde hareket eden şekildeki P noktasal cismini göz önüne alalım. s koordinatı sabit O noktasından ölçülür ve parçacığın konumunu tanımlar. Cisim negatif s yönünde hareket ediyorsa yer değiştirme negatiftir.



Cismin Hızı: Δt zaman aralığında maddesel noktanın ortalama hızı onun yer değiştirmesinin, zaman aralığına bölünmesi ile bulunur. Δt giderek sıfıra yaklaşırsa cismin ortalama hızı cismin anlık hızına yaklaşır. Bu durum aşağıdaki şekilde ifade edilir.



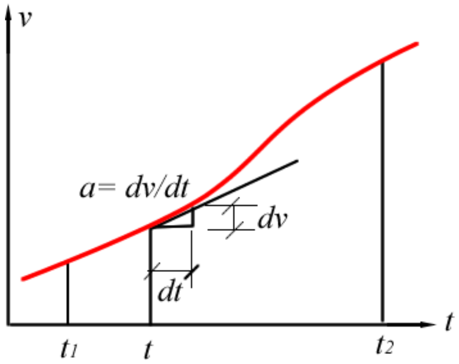
$$v_{ort} = \frac{\Delta s}{\Delta t}, \quad v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Bu durumda Hız, yer değiştirmenin zamana göre türevi olmuş olur.

$$v = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

Bu durumda Hız, yer değiştirmenin zamana göre türevi olmuş olur.

Cismin İvmesi: Δt zaman aralığında cismin ortalama ivmesi onun hızındaki değişmenin zaman aralığına bölünmesi ile bulunur. Δt giderek sıfıra yaklaşırsa cismin ortalama ivmesi cismin anlık ivmesine yaklaşır. Bu durum yine benzer şekilde aşağıdaki gibi ifade edilir.



$$a_{ort} = \frac{\Delta v}{\Delta t}, \quad a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Bu durumda İvme, hızın zamana göre türevi olmuş olur.

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} \quad , \quad a = \frac{d}{dt}\left(\frac{ds}{dt}\right) = \frac{d^2 s}{dt^2} = \ddot{s}$$

Yukarıdaki hız ve ivme ifadelerinden dt zamanını yok ederek konum ve hız ve ivme arasındaki diferansiyel bağıntıları buluruz.

$$dt = \frac{dv}{a}, \qquad dt = \frac{ds}{v} \;\rightarrow\; \frac{dv}{a} = \frac{ds}{v} \;\rightarrow\; v\,dv = a\,ds$$

<u>Temel Formüller:</u> Böylece hareket formülleri olarak diferansiyel halinde (cebirsel hale dönüşmemiş) 3 tane temel formülümüz olmuş olur. Dikkat edilirse üçüncü formülde önceki iki formülden çıkarılmıştır. Özetle bunlar aşağıdaki şekildedir. İvmenin değişken olduğu durumlarda bu formülleri kullanacağız. Sabit olduğu durumlarda ise aşağıdaki çıkarılmış formülleri kullanacağız.

$$\boxed{v = \frac{ds}{dt}}\,, \quad \boxed{a = \frac{dv}{dt}}\,, \quad \boxed{v\,dv = a\,ds}$$

İvme *a*; hız *v*, konum *s* ve zaman *t* arasında bağıntısı aşağıdaki şekillerde verilmiş olabilir:

1) İvme sabit (*a* = *sabit*) verilir.
2) İvme zamanın fonksiyonu olarak *a* = *f*(*t*) verilir.
3) İvme hızın fonksiyonu olarak *a* = *f*(*v*) verilir.
4) İvme konumun fonksiyonu *a* = *f*(*s*) verilir.

1) Sabit İvme Durumunda Hareket Formülleri

Hareket formüllerimizde 4 tane büyüklük vardır. Bunlar (*t*,*s*,*v*,*a*) dır. İvme sabit olduğuna göre ($a=a_0=sbt$) diğer üç büyüklük olan zaman (*t*), konum/yerdeğiştirme (*s*), hız (*v*) birer değişkendir. Dolayısı ile integralde bunların *dt, ds, dv* gibi birer diferansiyeli olacaktır ve integral alınarak ancak cebirsel bir ifadeye dönüşecektir. İntegral alınabilmesi için de sınır şartlarının bilinmesi gerekir. Sınır şartları olarak da hız için (v_0, v), konum için (s_0, s), zaman için ($t_0=0$, t) kullanılır.

a) Hız-Konum Bağıntısının Bulunması (a:sbt)

Bunun için temel formüllerden $v\,dv = a\,ds$ ifadesini kullanabiliriz.

$$v\,dv = a\,ds \;\rightarrow \int_{v_0}^{v} v\,dv = a\int_{s_0}^{s} ds$$

$$\frac{v^2}{2}\Big|_{v_0}^{v} = a\,s\,\Big|_{s_0}^{s} \;\rightarrow\; \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = a\,(s - s_0)$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\,(s - s_0)}$$

b) Hız-Zaman Bağıntısının Bulunması (a:sbt)

Bunun için temel formüllerden $a = \frac{dv}{dt}$ ifadesini kullanabiliriz.

$$a = \frac{dv}{dt} \;\rightarrow dv = a\,dt$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = a\int_{t_0=0}^{t} dt \;\rightarrow\; v\,\Big|_{v_0}^{v} = a\,t\,\Big|_{0}^{t}$$

$$\boxed{v = v_0 + a\,t}$$

c) Konum-Zaman Bağıntısının Bulunması (a:sbt)

Bunun için temel formüllerden $v = \frac{ds}{dt}$ ifadesini kullanabiliriz.

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow ds = v\,dt$$

$$\int_{s_0}^{s} ds = \int_{t_0=0}^{t} v\,dt \;\rightarrow\; s\,\Big|_{s_0}^{s} = \int_{t_0=0}^{t} (v_0 + a\,t)\,dt$$

$$s - s_0 = v_0 \int_{t_0=0}^{t} dt + a \int_{t_0=0}^{t} t\,dt$$

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a\,t^2$$

$$\boxed{s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a\,t^2}$$

Not: Yukarıdaki formüller sadece ivmenin sabit olduğu durumlarda geçerlidir.

2) İvme Sabit Değilken Hareket Formülleri (İvme Zamanın, hızın yada Konumun Fonksiyonu iken)

a) İvme Zamanın Fonksiyonu ise: *a=f(t)*

- İvme zamanın fonksiyonu iken <u>Hız-Zaman</u> bağıntısını bulalım [a=f(t), **v**, ~~s~~]. Bunun için temel formüllerden $a = \frac{dv}{dt}$ ifadesini kullanalım.

$$a = \frac{dv}{dt} \;\rightarrow \int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0=0}^{t} a\,dt$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{t_0=0}^{t} f(t)\,dt$$

$$\boxed{v = v_0 + \int_{t_0=0}^{t} f(t)\;dt} \qquad a = f(t)$$

- İvme zamanın fonksiyonu iken <u>Konum-Zaman</u> bağıntısını bulalım [a=f(t), ~~v~~, **s**]. Bunun için temel formüllerden $v = \frac{ds}{dt}$ ifadesini kullanalım.

$$v = \frac{ds}{dt} \;\rightarrow \int_{s_0}^{s} ds = \int_{t_0=0}^{t} v\,dt$$

$$s - s_0 = \int_{t_0=0}^{t} \left(v_0 + \int_{t_0=0}^{t} f(t)\;dt \right) dt$$

$$s = s_0 + v_0 \int_{t_0=0}^{t} dt + \int_{t_0=0}^{t} \left(\int_{t_0=0}^{t} f(t)\;dt \right) dt$$

$$\boxed{s = s_0 + v_0\,t + \int_{t_0=0}^{t} \left(\int_{t_0=0}^{t} f(t)\;dt \right) dt} \qquad a = f(t)$$

b) İvme hızın fonksiyonu ise: *a=f(v)*

- İvme hızın fonksiyonu iken Zaman-Hız bağıntısını bulalım [a=f(v), **t** , s]. Bunun için temel formüllerden $a = \frac{dv}{dt}$ ifadesini kullanalım.

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow f(v) = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{f(v)}$$

$$\int_{t_0=0}^{t} dt = \int_{v_0}^{v} \frac{1}{f(v)}\, dv$$

$$\boxed{t = \int_{v_0}^{v} \frac{1}{f(v)}\, dv} \qquad a = f(v)$$

- İvme hızın fonksiyonu iken Konum-Hız bağıntısını bulalım [a=f(v), **s**, t]. Bunun için temel formüllerden $v\, dv = a\, ds$ ifadesini kullanalım.

$$v\, dv = a\, ds \rightarrow v\, dv = f(v)\, ds$$

$$ds = \frac{v\, dv}{f(v)} \rightarrow \int_{s_0}^{s} ds = \int_{v_0}^{v} \frac{v}{f(v)}\, dv$$

$$\boxed{s = s_0 + \int_{v_0}^{v} \frac{v}{f(v)}\, dv} \quad a = f(v)$$

c) İvme Yer Değiştirmenin Fonksiyonu ise: *a= f(s)*

- İvme yerdeğiştirmenin fonksiyonu iken Hız-Konum bağıntısını bulalım. [a=f(s), **v** , t]. Bunun için temel formüllerden $v\, dv = a\, ds$ ifadesini kullanalım.

$$v\, dv = a\, ds \rightarrow v\, dv = f(s) ds$$

$$\int_{v_0}^{v} v\, dv = \int_{s_0}^{s} f(s)\, ds \rightarrow \frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^{v} = \int_{s_0}^{s} f(s)\, ds$$

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2\int_{s_0}^{s} f(s)\, ds} \qquad a = f(s)$$

- İvme yerdeğiştirmenin fonksiyonu iken Zaman-Konum bağıntısını bulalım. Bunun için temel formüllerden $v = \frac{ds}{dt}$ ifadesini kullanalım. Formülde v de değişken olduğu için yukarıdaki formülden v yi çekip yerine yazalım.

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow dt = \frac{ds}{v} \rightarrow dt = \frac{ds}{\sqrt{v_0^2 + 2\int_{s_0}^{s} f(s)\, ds}}$$

$$\int_{t_0=0}^{t} dt = \int_{s_0}^{s} \frac{1}{\sqrt{v_0^2 + 2\int_{s_0}^{s} f(s)\, ds}}\, ds$$

$$\boxed{t = \int_{s_0}^{s} \frac{1}{\sqrt{v_0^2 + 2\int_{s_0}^{s} f(s)\, ds}}\, ds} \qquad a = f(s)$$

Not 1: Burada her integral alımında integral sabiti olan C sayısı çıkacaktır. C sabiti ilk şartlardan bulunur. Burada formüller C sabiti konulmadan yazılmıştır.

Not 2: İvmenin değişken olduğu durumlarda kullanılabilecek formülleri yukarıda çıkardık, fakat bu formülleri kullanmak yerine temel formülleri kullanmak basitlik açısından daha avantajlıdır. Problem çözümlerinde temel formülleri kullanacağız.

Not 3: Kullanacağımız temel türev ve integral formülleri şu şekildedir.

$$f(x) = a.x^n \Rightarrow f' = a.n.x^{n-1} \qquad\qquad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

Örnek 1

Düzgün bir doğru boyunca hareket eden noktasal cismin konumu $s = 2t^3 - 24t + 6$ formülü ile veriliyor (s metre, t saniye).

a) Noktasal cismin hızının 0 dan 72 m/s hıza çıkana kadar geçen süreyi hesaplayın.
b) Noktasal cismin hızının 30 m/s hıza çıktığında ivmesini bulunuz.
c) t=1s den t=4s ye kadar cismin net yerdeğiştirmesini bulunuz.
d) 4 saniye boyunca oluşan (t-s), (t-v), (t-a) grafikleri çizin.

Çözüm:

Konum denkleminin zamana göre bir kez türevi hız denklemini ve bir kez daha türevi ivme denklemini verecektir. Bu denklemleri bulalım.

$$s = 2t^3 - 24t + 6$$

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow v = 6t^2 - 24$$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = 12t$$

a) Hız ile zaman arasındaki denklemi biliyorsak hızı yerine yazıp zamanı bulabiliriz.

$$v = 6t^2 - 24 \rightarrow 72 = 6t^2 - 24 \rightarrow t = 4\,sn$$

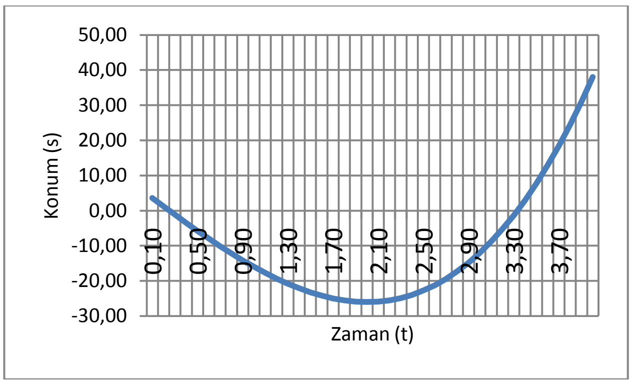
b) Hız 30 m/s çıktığında geçen süreyi hız-zaman denkleminden bulabiliriz. Zamanı biliyorsak, zaman-ivme denkleminden de ivmeyi buluruz.

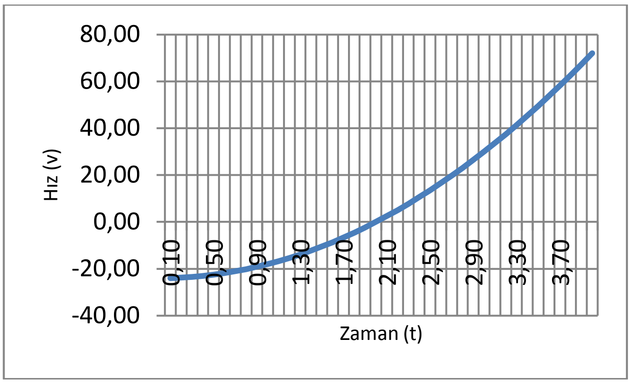
$$v = 6t^2 - 24 \rightarrow 30 = 6t^2 - 24 \rightarrow t = 3\,sn$$
$$a = 12t \rightarrow a = 12.3 = 36\,m/s^2$$

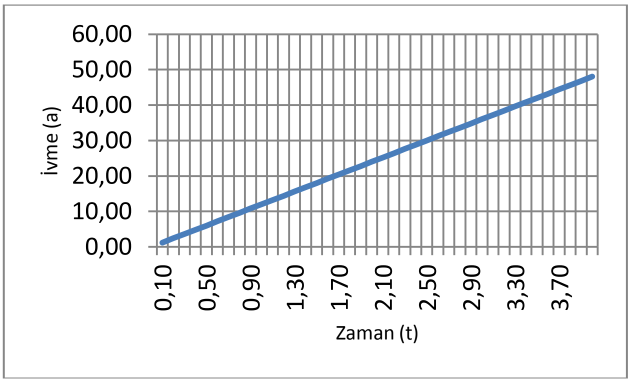
c) Konum-zaman denklemi elimizde var ise, zamanı yerine yazıp, o anda hangi konumda olduğunu bulabiliriz. İki ayrı zaman diliminde hangi konumlarda olduğunu bulursak, o zaman aralığında yer değişimini buluruz.

$$s = 2t^3 - 24t + 6$$
$$t = 1 \rightarrow s = 2.1^3 - 24.1 + 6 = -16\,m$$
$$t = 4 \rightarrow s = 2.4^3 - 24.4 + 6 = +38\,m$$
$$\Delta s = s_2 - s_1 = 38 - (-16) = 54\,m$$

d) 4 saniye boyunca oluşan (t-s), (t-v), (t-a) grafiklerini.

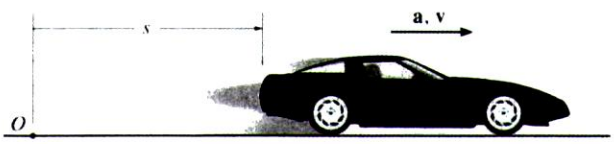






Örnek 2:

Bir araç $v = 2{,}7\,t^2 + 0{,}6\,t$ m/s hızla düz bir çizgi üzerinde hareket ediyor. Araç t=0'da s=0 konumunda ise t=3 sn de a) konumu, b) ivmesi nedir?.



Çözüm:
Arabanın hızı zamanın fonksiyonu olarak verilmiş. İvmenin sabit olup olmadığı ile ilgili bilgi verilmemektedir. Fakat hız denklemine baktığımızda değişimin parabolik (ikinci derece denklem) olduğunu görüyoruz. Hız parabolik ivme zaten sabit olamaz Denklemin birinci türevi, lineer (doğrusal, birinci derece denklem) denklemi verir. Bu nedenle kullanacağımız formüller, ivmenin sabit olmadığı durumdaki formüller olacaktır.

a) Konumu bulalım. İvmenin değişken olduğu durumdaki türetilmiş formüller yerine genel/temel formülleri kullanalım. Dört tane büyüklümüz vardı [a,v,s,t]. Verilen fonksiyon v ve t ye bağlı. Bizde s arıyoruz. O zaman v,s,t nin olduğu denklemi kullanarak çözüme gidebiliriz. Buna göre

$$v = \frac{ds}{dt} \rightarrow ds = v\,dt \rightarrow \int_{s_0=0}^{s} ds = \int_{t_0=0}^{t} v\,dt$$

$$s - s_0 = \int_{t_0=0}^{t} (2{,}7\, t^2 + 0{,}6\, t)dt$$

$$s = 2{,}7.\frac{t^3}{3} + 0{,}6.\frac{t^2}{2} + C \rightarrow s = 0{,}9.t^3 + 0{,}3.t^2 + C$$

C sabitini bulmak için sınır şartları kullanılır. t=0 için s=0 olduğuna göre yerine yazarsak s= 0 + 0 +C =>C=0 olur. O zaman konum denklemi aşağıdaki şekilde olur.

$$s = 0{,}9.t^3 + 0{,}3.t^2$$

$$t = 3\ sn\ için\ s = 0{,}9.3^3 + 0{,}3.3^2 = 27\ m\ olur.$$

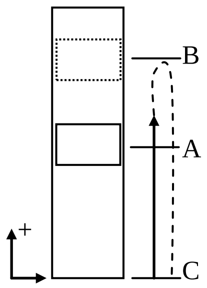
b) <u>İvmeyi bulalım</u>. Hız fonksiyonunun bir defa türev alınması ivme fonksiyonunu verecektir. Hız denklemi zamana bağlı olduğuna göre, ivme denklemi de zamana bağlı çıkacaktır.

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow a = \frac{d}{dt}(2{,}7\, t^2 + 0{,}6\, t)$$

$$a = 5{,}4\, t + 0{,}6$$
$$t = 3\ için\ a = 5{,}4.3 + 0{,}6 = 16{,}8\ m/s^2$$

Örnek 3

Bir asansör 15 m/s hızla yukarı doğru çıkarken 40 m yüksekte (A noktasında) halat kopmaktadır. a) Asansörün ulaştığı maksimum yüksekliği (B noktasında), b) yere çarpma hızını (C noktasında) belirleyiniz.



g= -9,81 ↓

Çözüm:

a) <u>Maksimum yükseklik</u>: Asansör yukarıya doğru sabit 15 m/s hızla giderken halat koptuğu anda aşağıya doğru düşmez. Yerçekimi kuvvetinin etkisiyle hızı gittikçe yavaşlayarak belli bir miktar daha yükselecektir. Bu durumda ilk hızı 15m/s olan ve son hızı 0 olan sabit ivmeli bir hareket söz konusudur. Sabit ivmeli harekettte Hız-Konum formülünü kullanarak en yüksek çıkacağı noktayı bulalım. Bu formülü kullanırken öncelikle referans koordinat eksenini belirlemeliyiz. Bütün mesafeler oraya göre çıkacaktır. 40 m yükseklik tabandan itibaren verildiğine göre koordinat ekseni en alt noktada olsun. Yukarı yönü pozitif alalım. Yerçekimi ivmesi aşağıya doğru hareket ettiği için işaretini negatif alalım (g=-9,81m/s^2).

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a\,(s_B - s_A)$$

$$0 = 15^2 + 2.(-9{,}81)\,(s_B - 40)$$

$$0 = 225 - 19{,}62.s_B + 784{,}8$$

$$s_B = 51{,}467\ m$$

b) <u>C noktasındaki hız</u>: C noktasındaki hızı bulmak için, yükseklikleri bildiğimiz için konum-hız denklemine ihtiyaç olacaktır (bir önceki kullandığımız denklem). Bu denklemi kullanabilmek için son hız noktası C noktası olacaktır, fakat ilk hız noktasını neresi alacağız. Başlangıç hızını bildiğimiz iki tane nokta vardır. A ve B noktaları. Her ikisinide aldığımızda denklem aynı sonucu verecektir. Bu denklem hareketin tüm yörüngesi üzerindeki hızları bize verir (her ne kadar cisim A da yöndeğiştirmiş olsa bile). Her iki başlangıç hızı içinde C noktasındaki hızı hesaplayalım.

- Başlangıç noktası A noktası: Bu noktada asansörün hızı yukarı doğru v_A=*15 m/s* dir.

$$v_C^2 = v_A^2 + 2a\,(s_C - s_A)$$

$$v_C^2 = (15 m/s)^2 + 2(-9{,}81\ m/s^2)\,(0 - 40\ m)$$

$$v_c = 31{,}77\ m/s$$

- Başlangıç noktası B noktası: Bu noktada asansörün hızı sıfırdır v_B=*0 m/s*.

$$v_C^2 = v_B^2 + 2a\,(s_C - s_B)$$

$$v_C^2 = 0 + 2(-9{,}81\ m/s^2)\,(0 - 51{,}467\ m)$$

$$v_c = 31{,}77\ m/s$$

Not: Burada hızların işaretinin bir önemi yoktur. Artı yada eksi alınması sonucu değiştirmez (kare ifadeler vardır). Fakat ivme ve konumların yönleri önemlidir. Bunların işaretlerine dikkat edilmelidir. Koordinat ekseni konulduktan sonra ona göre yönler alınır. Çıkan hız sonuçları her durumda pozitif olacaktır. Hızların yönleri ise her durumda pozitif çıkacaktır.

Burada hızın yönünün neden etkilemediğini aşağıdaki şekille bakara açıklayalım. Bir topu 40 metre yüksekteki A noktasından yukarı doğru 15 m/s hızla attığımızda top önce yükselecek, sonra aşağıya doğru düşmeye başlayacak ve tekrar yanımızdan geçerken hızı yine 15 m/s olacaktır. Bu durum topu havaya değilde direk aşağıya doğru 15 m/s hızla atmayla eşdeğerdir. Dikkat edilirse topu havaya yada aşağı doğru atmak yere çarpma hızını etkilememektedir. O nedenle formüllerde de hızın yönleri sonucu değiştirmemektedir.