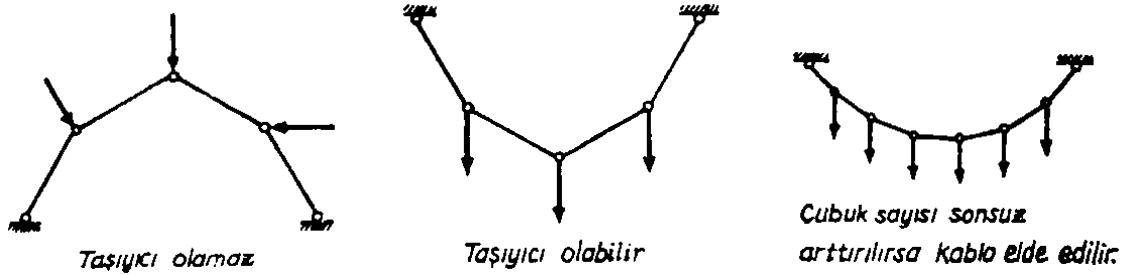


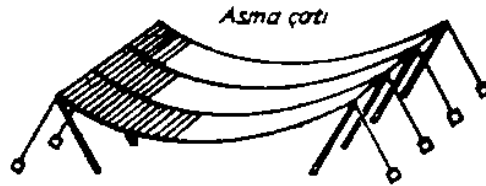
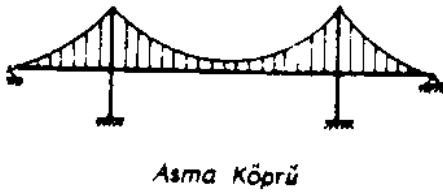
STATİK (5. Hafta)

KABLolar

Birbirlerine mafsalla bağlanmış ikiden fazla çubuğun yük taşıyabilmesi için uçlarından asılı olarak bağlanmış olması gerekir. Çubuk sayısı sonsuz sayıda artırılırsa kablo bağlantısı elde edilmiş olur.



Bükülebilir bu kablolar, eğilme rijitliği olmayan yapılardır. Dolayısı ile moment kabul etmezler. Kabloya etkiyen tekil veya yayılı yükler altında sadece çekme kuvvetleri oluşur. Kabloların uzamadığı kabul edilir. Ana taşıyıcı sistemi kablolardan oluşan sistemlere **asma sistemler** adı verilir. Asma köprüler, asma çatılar ve enerji iletim hatları başlıca örneklerdir.

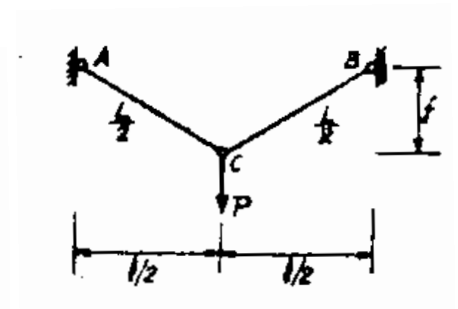
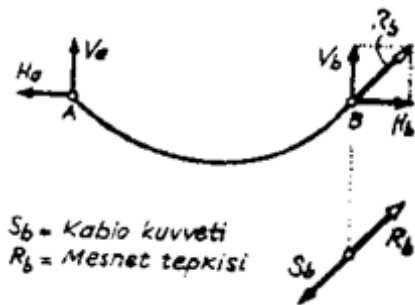


Kablo Kuvvetleri

Kabloda sadece çekme kuvveti olduğu için mesnet tepkileri sadece kablo kuvveti ile aynı şiddette ve fakat ters yöndedir.

Mesnet tepkileri yatay ve düşey bileşenleri ile düşünülürse dört bilinmeyen ortaya çıkar. Bu durumda üç denge denkleminde başka dördüncü bir denkleme daha ihtiyaç olur. Kabloda sadece çekme kuvvetleri olduğu için herhangi bir kesit noktasına göre hesaplanan momentlerin toplamı sifıra eşitlenerek dördüncü denkleme elde edilir.

Düşey yükler tekil veya yayılı yük şeklinde olabilir. Yayılı yük altında kablonun eğrisi bir parabol şeklindedir. Kablonun kendi ağırlığı taşıdığı yükler yanında küçük ise ihmal edilebilir. Çok sayıda kuvvet asılı ise zincir eğrisi elde edilir.



Kablo Boyunun Hesabı

Kablonun L boyunun kablo yüksekliğine oranı kablunun basıklık oranı adı verilir.

$$m = \frac{f}{l}$$

Kablonun ortasında tek bir yük varsa geometrik bağıntılardan

$$L = l\sqrt{1+4m^2} \quad \text{yada} \quad L = l(1+2m^2)$$

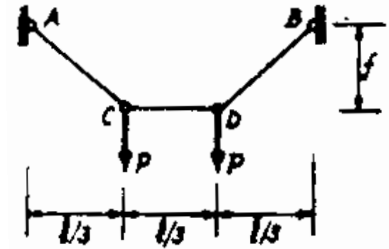
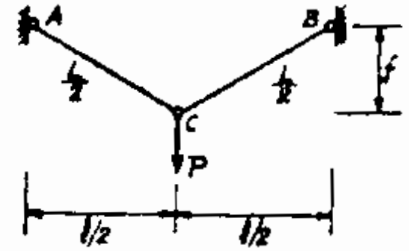
Bulunur. Eşitşiddette ve eşit aralıkla dağıtılmış iki yük varsa yukarıdaki ifade

$$L = l(1+3m^2)$$

şeklini alır. Sonsuz sayıda eşit şiddette yük düzgün bir şekilde dağılırsa yani yayılı yük varsa yaklaşık olarak aşağıdaki fomül kullanılabilir.

$$L = l(1+8m^2/3)$$

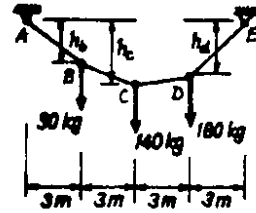
Zincir eğrisi durumunda kablunun boyu parabolde biraz daha fazladır. Basıklık oranı $m \leq 3/10$ ise, pratik olarak, parabol ile zincir eğrisi birbirinden ayırdedilemez. Zincir eğrisi Aynı oklu (aynı sehime sahip) parabol eğrisinden yaklaşık olarak $(0,2.m^2.l)$ daha uzundur. Örneğin $m=1/10$ için parabolün uzunluğu $L=1,0267.l$ iken zincir eğrisinin boyu, $L=1,0287.l$ dir. Kablo boyunu hesaplamalarda küsüratlar çok fazla değişikliğe neden olduğu için daha hassas sayılar kullanmak gerekir.



YÜK DURUMU	Denge konumunda kablunun geometrik biçimi	Kablo kuvvetleri
	İp çokgeni	
	Parabol $y = \frac{4f}{l^2} x^2 = \frac{q}{2H} x^2$ $H = H_a = H_b$	$H = \frac{q l^2}{8f}$, $V = \frac{q l}{2}$ $S_{max} = \sqrt{H^2 + V^2}$
	Parabol $y = \frac{q}{2H} x^2$ ($H = H_a = H_b$) $a = \frac{l}{2} - \frac{h_1 H}{q l}$ $b = \frac{l}{2} + \frac{h_2 H}{q l}$	$S = \sqrt{H^2 + (q x)^2}$ $V_a = a q$, $V_b = b q$ $H = \frac{q l^2}{8f} \left(f_2 - \frac{h_1}{2} \pm \sqrt{f_1 f_2} \right)$ $S_a = \sqrt{H^2 + V_a^2}$ $S_b = \sqrt{H^2 + V_b^2}$

ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

Prob. 5.1. Şekilde gösterilen kablo üç tekil kuvvetin etkisi altındadır. C noktasının oku $h_c=1,8$ m olduğuna göre; A ve E deki mesnet tepkilerinin yatay ve dikey bileşenleri ile B ve D noktalarının h_b ve h_d oklarını bulunuz.



$$\Sigma X=0 \left(\begin{matrix} + \\ \rightarrow \end{matrix} \right) -H_a+H_e=0$$

$$H_a=H_e \quad (1)$$

$$\Sigma Y=0 \left(\begin{matrix} \uparrow + \end{matrix} \right) V_a+V_e-90-140-180=0$$

$$V_a+V_e=410 \quad (2)$$

$$\Sigma M_E=0 \quad 12V_a-9 \times 90-6 \times 140-3 \times 180=0$$

$$V_a=182,5 \text{ kg} \quad (3)$$

$$\Sigma M_C=0 \quad 6 \cdot V_a-3 \times 90-1,8 \cdot H_a=0$$

$$V_a-0,3 \cdot H_a=45 \quad (4)$$

$$\Sigma M_B=0 \quad 3 \cdot V_a-h_b \cdot H_a=0 \quad (5)$$

$$\Sigma M_D=0 \quad 9 \cdot V_a-6,0 \times 90-3,0 \times 140-h_d \cdot H_a=0$$

$$9 \cdot V_a-h_d \cdot H_a=960 \quad (6)$$

olur.

$$(2) \text{ ve } (3) \rightarrow V_e=410,0-182,5=227,5 \text{ kg} \quad (7)$$

$$(4) \text{ ve } (7) \rightarrow 182,5-45=0,3 H_a$$

$$H_a=458,3 \text{ kg} \quad (8)$$

$$(1) \text{ ve } (8) \rightarrow H_e=458,3 \text{ kg} \quad (9)$$

(3), (5) ve (8) eşitliklerinden :

$$3 \times 182,5-h_b \cdot 458,3=0$$

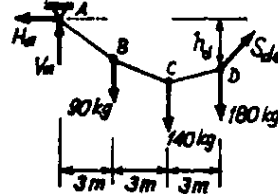
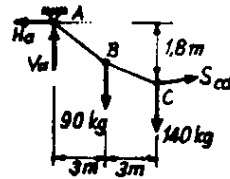
$$h_b=1,19 \text{ m} \quad (10)$$

(3), (6) ve (8) ifadelerinden de :

$$9 \cdot 182,5-h_d \cdot 458,3=960$$

$$h_d=1,49 \text{ m} \quad (11)$$

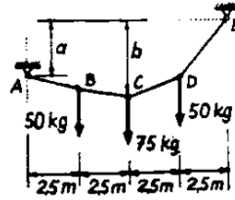
bulunur.



Prob. 5.3. Şekilde verilen sistemde;

a) $a=2,5$ m, $b=2,80$ m ise E deki mesnet tepkisinin yatay ve dikey bileşenlerini,

b) $a=b=1,50$ m ise E deki mesnet tepkisinin yatay ve dikey bileşenlerini ve kablodaki en büyük çekme kuvvetini bulunuz.



ÇÖZÜM:

a)

$$\Sigma M_A = 0 \quad 2,5 H_E - 10,0 V_E + 2,5 \times 50 + 5,0 \times 75 + 7,5 \times 50 = 0$$

$$4 V_E - H_E = 350 \quad (1)$$

$$\Sigma M_C = 0 \quad 2,8 H_E - 5,0 V_E + 2,5 \times 50 = 0$$

$$5 V_E - 2,8 H_E = 125 \quad (2)$$

(1) ve (2) denklemlerinden

$$H_E = 201,6 \text{ kg} \quad (3)$$

$$V_E = 137,9 \text{ kg} \quad (4)$$

bulunur.

b)

$$\Sigma M_A = 0 \quad 1,5 H_E - 10,0 V_E + 2,5 \times 50 + 5,0 \times 75 + 7,5 \times 50 = 0$$

$$10 V_E - 1,5 H_E = 875 \quad (5)$$

$$\Sigma M_C = 0$$

$$1,5 H_E - 5,0 V_E + 2,5 \times 50 = 0$$

$$5 V_E - 1,5 H_E = 125 \quad (6)$$

(5) ve (6) çözülürse, E mesnet tepkisinin yatay ve dikey bileşenleri :

$$H_E = 416,6 \text{ kg} \quad (7)$$

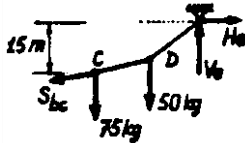
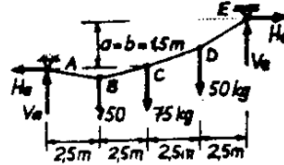
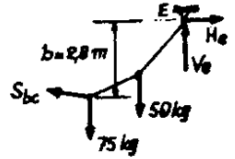
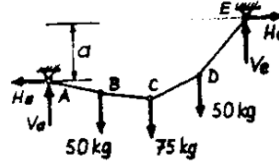
$$V_E = 150,0 \text{ kg} \quad (8)$$

ve kablodaki en büyük çekme kuvveti

$$\max S = \sqrt{416,6^2 + 150,0^2}$$

$$\max S = 442,8 \text{ kg.}$$

bulunur.



Prob. 5.5. Bir asma köprü kablosunun açıklığı $L=1100$ m ve oku $f=96$ m. dir.

a) Üzerindeki yayılı yük $q=14,6$ t/m olduğuna göre kablodaki en büyük ve en küçük çekme kuvvetlerini bulunuz.

b) Kablonun uzunluğunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM:

a) Kablonun verilen yükleme durumunda formu bir 2.ci derece parabolüdür. Şekilde gösterilen eksen takımına göre denklemi :

$$y = \frac{q}{2H} x^2 \quad (1)$$

dir. $x=550$ m. için $y=96$ m. olduğundan

$$96 = \frac{14,6}{2H} 550^2$$

den

$$H = \min S = 23003 \text{ ton} \quad (2)$$

bulunur.

Kablonun şekilde gösterilen yarısı için denge denklemleri uygulanırsa :

$$\Sigma X = 0 \left(\begin{smallmatrix} + \\ \rightarrow \end{smallmatrix} \right) H_b - H = 0$$

$$H_b = 23003 \text{ ton} \quad (3)$$

$$\Sigma X = 0 \left(\begin{smallmatrix} \uparrow \\ + \end{smallmatrix} \right) V_b - \frac{ql}{2} = 0$$

$$V_b - \frac{14,6 \times 1100}{2} = 8030 \text{ ton} \quad (4)$$

ve $\max S = \sqrt{H_b^2 + V_b^2}$

$$(3) \text{ ve } (4) \rightarrow \max S = 24360 \text{ ton} \quad (5)$$

olur.

b) Kablonun uzunluğu :

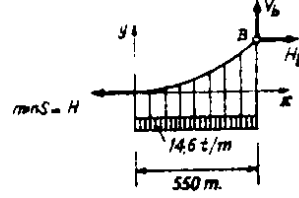
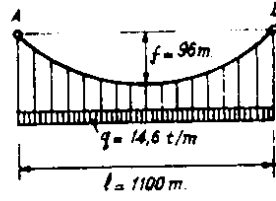
$$L = l(1 + 2,67 m^2)$$

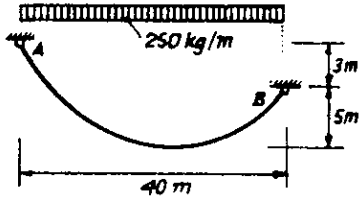
$$m = \frac{96}{1100} \quad (6)$$

$$L = 1100 \left(1 + 2,67 \times \frac{96^2}{1100^2} \right)$$

$$L = 1122 \text{ metre} \quad (7)$$

dir.





Prob. 5.6. Şekilde görüldüğü gibi A ve B noktalarına asılmış olan bir kablo 250 kg/m lik düzgün yayılı bir yükün etkisi altındadır. Kablunun minimum noktasının yerini ve en büyük kablo kuvvetini hesaplayınız.

ÇÖZÜM:

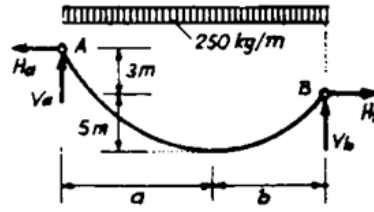
Kablunun asıldığı A ve B noktalarında kablo kuvvetlerinin yatay bileşenleri

$$H = \frac{ql^2}{h^2} \left(f_a - \frac{h}{2} - \sqrt{f_a \cdot f_b} \right)$$

$$H = \frac{250 \times 40^2}{3^2} \left(8 - \frac{3}{2} - \sqrt{8 \times 5} \right)$$

$$H_a = H_b = H = 7797,6 \text{ kg.}$$

(1)



dır.

Kablunun minimum noktasından geçen bir eksen takımına göre kablunun denklemleri :

$$y = \frac{q}{2H} x^2 \quad (2)$$

dir.

$$x = -a \rightarrow f_a = \frac{q}{2H} \cdot a^2 \quad (3)$$

$$x = b \rightarrow f_b = \frac{q}{2H} \cdot b^2 \quad (4)$$

$$(3) \text{ ve } (4) \text{ den } \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{f_a}{f_b}} = \sqrt{\frac{8}{5}} = 1,265 \quad (5)$$

$$a = 22,34 \text{ m} \quad (7)$$

$$b = 17,66 \text{ m.} \quad (8)$$

olur. Böylece kablunun minimum noktasının yeri belirlenmiş olur.

Mesnetlerde oluşan düşey tepkiler :

$$V_a = a \cdot q$$

$$V_a = 22,34 \times 250 = 5585 \text{ kg} \quad (9)$$

$$V_b = b \cdot q$$

$$V_b = 17,66 \times 250 = 4415 \text{ kg} \quad (10)$$

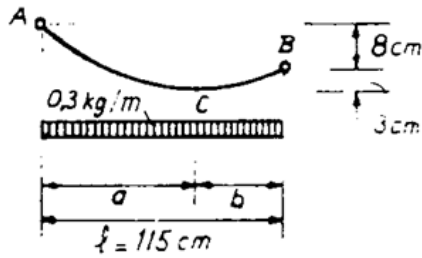
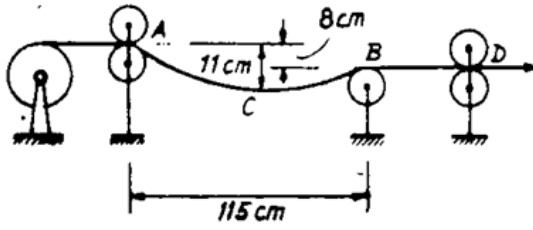
Kabloda oluşan en büyük çekme kuvveti

$$\max S = \sqrt{H_a^2 + V_a^2}$$

$$\max S = \sqrt{7797,6^2 + 5585^2}$$

$$\max S = 9591,4 \text{ kg.} \quad (11)$$

olur.



Prob. 5.7. 0,3 kg/m ağırlığında bir gazete kâğıdı baskı makinesine girmeden önce A ve B silindirlerinden geçmektedir. Kâğıdın meydana getirdiği eğriyi parabol kabul ederek C minimum noktasının yerini ve kâğıttaki en büyük çekme kuvvetini bulunuz.

ÇÖZÜM:

C noktasından geçen eksen takımına göre

$f_1 = 11$ cm. $f_2 = 11 - 8 = 3$ cm dir.

Parabolün denklemleri

$$y = \frac{q}{2H} x^2 \quad (1)$$

olduğundan

$$f_1 = \frac{0,3}{2H} \cdot a^2 = 0,11 \text{ m} \quad (2)$$

$$f_2 = \frac{0,3}{2H} \cdot b^2 = 0,03 \text{ m} \quad (3)$$

(2) ve (3) denklemleri taraf tarafa bölünür ve

$$a + b = 1,15 \text{ m} \quad (4)$$

olduğu yazılırsa

$$a = 0,86 \text{ m} \quad (5)$$

$$b = 0,29 \text{ m} \quad (6)$$

bulunur.

$$\text{Ayrıca: } (3) \rightarrow H = \frac{0,3 \times 0,29^2}{2 \times 0,03} = 0,42 \text{ kg} \quad (7)$$

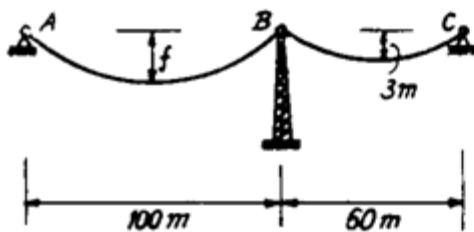
olur.

$$S = \sqrt{H^2 + (qx)^2}$$

ifadesinden

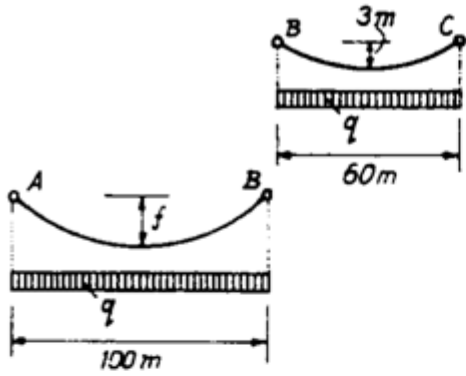
$$\begin{aligned} \max S &= \sqrt{0,42^2 + (0,3 \times 0,86)^2} \\ \max S &= 0,492 \text{ kg} \end{aligned} \quad (8)$$

bulunur.



Prob. 5.9. Çapları aynı iki kablo şeklindeki gibi bir enerji nakil hattı pilonuna B noktasında bağlanmıştır. Pilon sadece normal kuvvet etki etmesi istendiğine göre AB açıklığına ait (f) okunu hesaplayınız.

(Kabloların 2.ci derece parabolü biçiminde olduğu kabul edilecektir.)



ÇÖZÜM:

BC kablusunun B mesnedindeki tepki kuvvetinin yatay bileşeni

$$H = \frac{ql^2}{8f}$$

dir. Buna göre

$$H_{BC} = \frac{q \times 60^2}{8 \times 3} = 150q \quad (1)$$

bulunur.

Diğer taraftan pilonda sadece normal kuvvet istendiğine göre AB kablusunun B mesnedindeki tepki kuvvetinin yatay bileşeni H_{BC} ile aynı değerde olmalıdır. Böylece

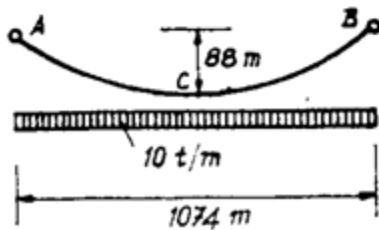
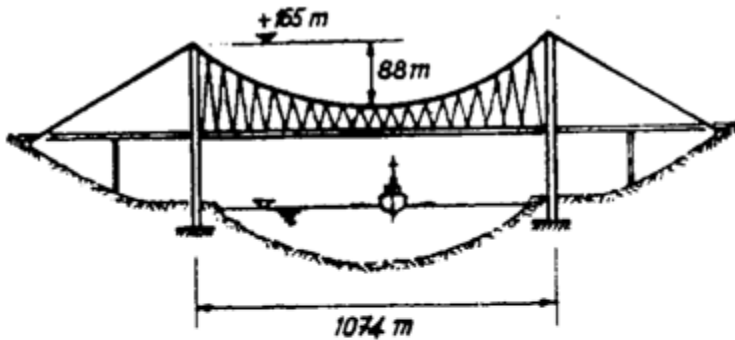
$$H_{AB} = \frac{q \cdot 100^2}{8 \times f} = 1250 \frac{q}{f} \quad (2)$$

$$(1) \text{ ve } (2) \rightarrow H_{BC} = H_{AB} \quad (3)$$

$$150q = 1250 \frac{q}{f} \rightarrow f = 8,33 \text{ m.} \quad (4)$$

bulunur.

(Kabloların çapları eşit olduğundan q yükleri de eşittir.)



Prob. 5.13. İstanbul Boğaz Köprüsünün orta açıklığı iki ana kabloya asılı bir tabliyeden ibarettir. Köprü'nün Ortaköy ve Beylerbeyindeki kule ayaklar arasındaki orta açıklık 1074 m; her bir kablounun taşıdığı yayılı yük yatayda $q = 10 \text{ t/m}$ ve her bir kablounun oku 88 m. olduğuna göre en büyük ve en küçük kablo kuvvetleri ile orta açıklıkta kullanılan kabloların herbirinin uzunluğunu hesaplayınız.

ÇÖZÜM:

En büyük ve en küçük kablo kuvvetleri :

$$H = \frac{gl^2}{8f}$$

$$H = \frac{10 \times 1074^2}{8 \times 88} = 16384,6 \text{ ton} \quad (1)$$

$$\min S = H = 16384,6 \text{ ton} \quad (2)$$

$$V_s = V_b = \frac{ql}{2}$$

$$V = \frac{10 \times 1074}{2} = 5370 \text{ ton} \quad (3)$$

$$\max S = \sqrt{H^2 + V^2}$$

$$\max S = \sqrt{16384,6^2 + 5370^2}$$

$$\max S = 17242 \text{ ton} \quad (4)$$

Orta açıklıkta kullanılan her bir kablonun boyu :

$$L = 1074(1 + 2,67 \text{ m}^2) \quad (5)$$

$$m = 88/1074 \quad (6)$$

$$L = 1093,3 \text{ m.} \quad (7)$$